

ALFRED TARSKI

La concepción
semántica de la
verdad y los
fundamentos de
la semántica

ALFRED TARSKI

La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica

© Traducción de Paloma García Abad

Índice

I EXPOSICIÓN.....	7
1. EL PROBLEMA CENTRAL - UNA DEFINICIÓN SATISFACTORIA DE VERDAD.....	7
2. LA EXTENSIÓN DEL TÉRMINO 'VERDADERO'.....	7
3. EL SIGNIFICADO DEL TÉRMINO 'VERDADERO'.....	8
4. UN CRITERIO PARA LA ADECUACIÓN MATERIAL DE LA DEFINICIÓN.....	9
5. LA VERDAD COMO CONCEPTO SEMÁNTICO.....	10
6. LENGUAJES CON UNA ESTRUCTURA ESPECIFICADA.....	12
7. LA ANTINOMIA DEL MENTIROSO.....	13
8. LA INCONSISTENCIA DE LOS LENGUAJES SEMÁNTICAMENTE CERRADOS.....	14
9. LENGUAJE-OBJETO Y METALENGUAJE.....	15
10. CONDICIONES PARA UNA SOLUCIÓN DEL PRINCIPAL PROBLEMA.....	16
11. (UN ESBOZO) DE LA CONSTRUCCIÓN DE LA DEFINICIÓN.....	17
12. CONSECUENCIAS DE LA DEFINICIÓN.....	19
13. EXTENSIÓN DE ESTOS RESULTADOS A OTRAS NOCIONES SEMÁNTICAS.....	20
II. OBSERVACIONES POLÉMICAS.....	23
14. ¿ES LA CONCEPCIÓN SEMÁNTICA DE LA VERDAD LA CORRECTA?.....	23
15. LA CORRECCIÓN FORMAL DE LA DEFINICIÓN DE VERDAD PROPUESTA.....	24
16. LA REDUNDANCIA DE LOS TÉRMINOS SEMÁNTICOS - SU POSIBLE ELIMINACIÓN.....	26
17. LA CONFORMIDAD DE LA CONCEPCIÓN SEMÁNTICA DE LA VERDAD CON EL USO DEL SENTIDO COMÚN Y EL USO FILOSÓFICO.....	27
18. LA DEFINICIÓN EN RELACIÓN CON EL PROBLEMA FILOSÓFICO DE LA VERDAD Y SUS DISTINTAS TENDENCIAS EPISTEMOLÓGICAS.....	29
19. LOS ELEMENTOS METAFÍSICOS INCLUIDOS EN LA SEMÁNTICA.....	30
20. LA APLICABILIDAD DE LA SEMÁNTICA A LAS CIENCIAS EMPÍRICAS ESPECIALES.....	32
21. LA APLICABILIDAD DE LA SEMÁNTICA A LA METODOLOGÍA DE LAS CIENCIAS EMPÍRICAS.....	33
22. APLICACIONES DE LA SEMÁNTICA A LA CIENCIA DEDUCTIVA.....	36
23. COMENTARIOS FINALES.....	37
REFERENCIAS.....	39

La concepción semántica de la verdad^{*}

Este escrito contiene dos partes, la primera tiene un carácter expositivo mientras que la segunda es más bien polémica.

En la primera parte se ofrece un resumen informal en donde se plasman los resultados principales fruto de las investigaciones que he realizado respecto a la definición de verdad y al problema más general de los fundamentos de la semántica. Los resultados de dicha investigación tomaron cuerpo en un trabajo que apareció publicado hace algunos años¹. A pesar de que dichas investigaciones giran en torno a conceptos de los que se ha venido ocupando la filosofía clásica, se sabe muy poco de ellas en los círculos filosóficos, quizás debido a su carácter estrictamente técnico. Por ello me permito plantear estas cuestiones de nuevo².

Desde que apareció mi obra, se han planteado varias objeciones a mis investigaciones, de desigual valor; algunas de estas objeciones han sido publicadas, mientras que otras se me han hecho de forma directa en público o en discusiones de carácter privado en las que he participado³. En la segunda parte, me he permitido contestar a las objeciones que mi trabajo ha suscitado. Espero que las observaciones que se hagan en este contexto no se consideren de carácter puramente polémico, sino que se consideren contribuciones constructivas para este tema.

^{*} Se presentó una versión previa de este escrito en la reunión de la Eastern Division of the American Philosophical Association en Diciembre de 1966; los temas principales se remontan a un escrito que no ha sido publicado y que se distribuyó en la Pacific Division of the American Philosophical Association en 1953. Las ideas aquí expuestas le deben mucho a John Wallace, con quien vengo discutiendo sobre estos asuntos desde 1962. Esta investigación ha sido patrocinada por the National Science Foundation.

¹ He mantenido en otro lugar que es una condición necesaria para aprender un lenguaje que tenga sólo un número finito de elementos semánticos básicos: Véase *Theories of Meaning and Learnable Languages*, en *Proceedings of the 1964 International Congress for Logic, Methodology and Philosophy of Science* (North-Holland, Amsterdam: 1965), págs. 383-94.

² Es de esperar que el interés en la semántica teórica aumente ahora, gracias a la reciente publicación de la importante obra de Carnap, *Introduction to Semantics*

³ Me refiero, en concreto, a los debates públicos que tuvieron lugar durante the First International Congress for the Unity of Science (París, 1935) y The Conference of International Congresses for the Unity of Science (París 1937); cf. e.g., Neurath, *Erster Internationaler Kongress für Einheit der Wissenschaft in Paris 1935*, y Gonseth, *Le Congrès Descartes*.

En la segunda parte de este escrito, he utilizado el material que amablemente puso a mi disposición la Dra. Marja Kokoszynska (Universidad de Lwów). Les estoy especialmente agradecido al Profesor Ernest Nagel (Universidad de Columbia) y al Profesor Davis Rynin (Universidad de California, Berkeley) por la ayuda que me han prestado tanto en la elaboración final de este trabajo como por sus comentarios críticos.

I Exposición

1. El problema central - una definición satisfactoria de verdad.

La discusión se centrará en la noción⁴ de *verdad*. El problema principal es encontrar una *definición satisfactoria* de esta noción, por ejemplo, una definición que sea *materialmente adecuada y formalmente correcta*. Esta formulación del problema, dada su generalidad, no puede considerarse inequívoca, y exige algunos comentarios.

Para evitar ambigüedad, debemos especificar las condiciones en las que la definición de verdad se considerará adecuada desde un punto de vista material. La definición que buscamos no pretende especificar el significado de una palabra familiar que se utiliza ahora para denotar una noción nueva; por el contrario, lo que se pretende es dar con el significado actual de una vieja noción. Para ello, hay que caracterizar esta noción con una precisión tal que le permita a cualquiera determinar si la definición sirve en realidad para cumplir su función.

En segundo lugar, tenemos que determinar de qué depende la corrección formal de la definición. De tal forma, que hay que especificar las palabras o conceptos que queremos utilizar para definir la noción de verdad; tenemos que dar también reglas formales a las que se debe adecuar la definición. Hablando en términos generales, tenemos que describir la estructura formal del lenguaje en el que daremos la definición.

La discusión de estos puntos será la principal tarea de esta primera parte.

2. La extensión del término 'verdadero'

Comencemos con algunas observaciones referentes a la extensión del concepto de verdad que tenemos en mente.

El predicado '*verdadero*' se utiliza a veces para referirse a fenómenos psicológicos tales como juicios y creencias, a veces a ciertos objetos físicos, esto es, enunciados lingüísticos y oraciones, y a veces a ciertas entidades ideales denominadas "proposiciones". Al hablar de "oración" nos referimos aquí a lo que la gramática denomina una "oración declarativa"; por lo que respecta al término "proposición", es sabido por todos que su significado es tema de un amplio debate entre filósofos y lógicos, y parece que nunca ha llegado a tener un

⁴ Las palabras 'noción' y 'concepto' se van a utilizar en este escrito con toda la vaguedad y ambigüedad con la que aparecen en la literatura filosófica. De ahí que a veces se refieran únicamente a un término, a veces a lo que significa ese término, y en otros caso a lo que denota ese término. A veces, no importa tener en cuenta estos matices; y hay casos en los que quizá ninguna de ellas se utilice de forma adecuada. En principio, tiendo a evitar estas palabras en cualquier discusión en la que se me exija precisión, pero no considero que sea necesario hacerlo en este trabajo informal.

significado claro e unívoco. Por distintas razones, parece que es más conveniente *aplicar el término 'verdadero' a las oraciones*, y seguiremos esta pauta.⁵

Por consiguiente, debemos relacionar la noción de verdad, al igual que la de oración, a un lenguaje específico; puesto que es obvio que la misma expresión que constituye una oración verdadera en un lenguaje puede ser falsa o carecer de significado en otro.

Por supuesto, el hecho de que nos centremos aquí principalmente en la noción de verdad para las oraciones no excluye la posibilidad de una extensión posterior de esta noción a otros tipos de objeto.

3. El significado del término 'verdadero'.

Son mucho más serias las dificultades relacionadas con el problema del significado (o la intensión) del concepto de verdad.

La palabra '*verdadero*', como otras tantas palabras que pertenecen al lenguaje cotidiano, no es en absoluto inequívoca. Y, en mi opinión, los filósofos que se han ocupado de este concepto no han contribuido a disminuir su ambigüedad. En las obras y las discusiones de los filósofos encontramos que se manejan diferentes concepciones de la verdad y la falsedad, y tenemos que indicar qué concepción nos servirá de base en esta discusión.

Nos gustaría que nuestra definición hiciera justicia a las intuiciones que se desprenden de la *concepción aristotélica clásica de verdad* -intuiciones que quedan reflejadas en las conocidas palabras de Aristóteles en su obra *Metafísica*:

Decir de lo que es que no es, o de lo que no es que es, es falso y decir de lo que es que es, o de lo que no es que no es, es verdadero.

Si queremos adaptarnos a la terminología filosófica moderna, quizá podríamos expresar esta concepción mediante la conocida fórmula:

La verdad de una oración consiste en su adecuación (o correspondencia) con la realidad.

(Para una teoría de la verdad que tiene que basarse en la última formulación se ha sugerido el término "teoría de la correspondencia".)

Si, por otro lado, decidiéramos extender el uso popular del término "*designar*" y aplicarlo no sólo a los nombres, sino también a las oraciones, y si acordáramos hablar de las designaciones de las oraciones como "estados de hecho", podríamos utilizar posiblemente para el mismo propósito la siguiente frase:

Una oración es verdadera si designa un estado de hecho existente⁶.

⁵ Para nuestro actual propósito es preferible entender por "enunciados", "oraciones", etc., no inscripciones individuales sino clases de inscripciones de forma similar (esto es, no cosas físicas individuales sino clases de dichas cosas).

⁶ Véase la formulación aristotélica en Aristóteles, *Metafísica* Γ, 727. Las otras dos formulaciones son corrientes en la literatura, pero desconozco quién las formuló. Se puede encontrar una discusión crítica

Sin embargo, todas estas formulaciones pueden dar lugar a malentendidos, y ninguna de ellas es suficientemente clara y precisa (si bien hay que decir que esta objeción es menos achacable a la formulación original aristotélica que a cualquiera de las otras; de cualquier forma, ninguna de ellas constituye una definición satisfactoria de verdad. Tenemos, por lo tanto, que buscar una expresión más precisa de nuestras intuiciones.

4. Un criterio para la adecuación material de la definición⁷.

Vamos a empezar con un ejemplo concreto. Consideremos la oración "*la nieve es blanca*". Nos preguntamos bajo qué condiciones esta oración es verdadera o falsa. Está claro que si nos basamos en la concepción clásica de la verdad, tendremos que afirmar que la oración es verdadera si la nieve es blanca, y es falsa si la nieve no es blanca. De tal forma que, si la definición de verdad se tiene que conformar a nuestra concepción, tiene que implicar la siguiente equivalencia:

La oración "la nieve es blanca" es verdadera si, y sólo si, la nieve es blanca.

Permítaseme señalar que la frase "*la nieve es blanca*" aparece a la izquierda de esta equivalencia entre comillas, mientras que a la derecha aparece sin comillas. A la derecha tenemos la oración, y a la izquierda tenemos el nombre de la oración. Utilizando la terminología lógica medieval, se podría afirmar que a la derecha las palabras "*la nieve es blanca*" aparecen en *suppositio formalis*, y a la izquierda en *suppositio materialis*. No es necesario explicar por qué debemos tener el nombre de la oración, y no la oración, a la izquierda de la equivalencia. En primer lugar, desde el punto de vista de la gramática de nuestro lenguaje una expresión de la forma "*X es verdadera*" no llega a ser una oración con significado si no sustituimos la "*X*" por una oración o con cualquier otra cosa que no sea un nombre, puesto que el sujeto de una oración puede ser únicamente un nombre o una expresión que funcione como un nombre. Y, en segundo lugar, las convenciones fundamentales con respecto al uso de un lenguaje exigen que siempre que se nombre un objeto, tenemos que utilizar el nombre de dicho objeto, y no el objeto. Por lo tanto, si queremos decir algo de una oración - por ejemplo, que es verdadera - tenemos que utilizar el nombre de esta oración y no la oración misma⁸.

Hay que añadir que el poner una oración entre comillas no es la única forma de convertirla en un nombre. Por ejemplo, siguiendo el orden normal de las letras del alfabeto, podemos utilizar la siguiente expresión como si fuera el nombre (la descripción) de la oración "*la nieve es blanca*":

de las distintas concepciones de verdad en Kotarbinski, *Elementy teorji poznanja* (disponible sólo en polaco) págs. 123 y ss. y Russell, *An Inquiry into Meaning and Truth*, págs. 362 y ss.

⁷ Estoy en deuda con el último S. Lesniewski por las observaciones que aparecen en las secciones 4 y 8, que desarrolló en unas conferencias no publicadas en la Universidad de Varsovia (en 1919 y posteriormente). Sin embargo, Lesniewski no anticipó la posibilidad de un desarrollo riguroso de la teoría de la verdad y menos aún de una definición de esta noción; por lo tanto, aunque indicara equivalencias del esquema (T) como premisas en la antinomia del mentiroso, para él no eran condiciones suficientes de un uso adecuado (o definición) de la noción de verdad. Así mismo los comentarios que aparecen en la sección 8 con respecto a la aparición de una premisa empírica en la antinomia del mentiroso y la posibilidad de eliminar esta premisa no son suyos.

⁸ En relación con los problemas lógicos y metodológicos que se tratan en este escrito, el lector puede consultar Tarski, *Introduction to Logic*.

La oración formada por cuatro palabras, la primera de las cuales está a su vez formada por las letras decimotercera y primera; la segunda por las letras decimoquinta, la décima, la sexta, la vigésimo cuarta y la sexta; la tercera, por la sexta y la vigésimo primera; y la cuarta por la segunda, la decimotercera, la primera, la decimoquinta, la tercera y la primera letra de nuestro alfabeto.

Tenemos que generalizar ahora el procedimiento que hemos utilizado más arriba. Tómese una oración cualquiera, que sustituiremos por la letra "p". Formemos el nombre de esta oración y sustituyámoslo por otra letra, a saber "X". Nos preguntamos ahora cuál es la relación lógica entre las dos oraciones "X es verdadera" y "p". Está claro que según la concepción básica de la verdad estas oraciones son equivalentes. En otras palabras, se produce la siguiente equivalencia:

(T) *X es verdadera si, y sólo si, p.*

Llamaremos a cualquiera de estas equivalencias (en las que "p" sustituye a cualquier oración del lenguaje a la que la palabra "verdadero" se refiere, y "X" reemplaza al nombre de la oración) "una equivalencia de la forma (T)."

Ahora sí que podemos definir con precisión las condiciones bajo las que consideraremos el uso y la definición del término "verdadero" respecto a la adecuación material; queremos utilizar el término "verdadero" de tal manera que se puedan establecer todas las equivalencias de la forma (T), y podremos decir que una definición de la verdad es "adecuada", si todas estas equivalencias se siguen de ella.

Hay que señalar que no se puede considerar una definición de la verdad ni la expresión (T) (que no es una oración, sino un esquema de oración) ni a ninguna instancia de la forma (T). Podemos únicamente afirmar que cada una de las equivalencias de la forma (T) obtenida al sustituir "p" por una oración particular, y "X" por el nombre de dicha oración, se podría considerar como una definición parcial de la verdad, que da cuenta de la verdad de una oración individual. La definición general tiene que ser, en cierto sentido, una conjunción lógica de todas estas definiciones parciales.

(Es necesario añadir algo a esta última afirmación. Un lenguaje puede admitir la construcción de infinitas oraciones, y el número de las definiciones parciales de verdad respecto a las oraciones de dicho lenguaje será también infinito. Para ser más exactos, tendríamos que dar una explicación de qué es lo que se entiende por "una conjunción lógica de infinitas oraciones"; pero hacer esto nos llevaría a plantearnos complicados problemas técnicos de la lógica moderna.)

5. La verdad como concepto semántico.

Quisiera proponer el nombre "la concepción semántica de la verdad" para referirme a la concepción de verdad que tenemos en mente.

La semántica es una disciplina que, hablando en términos generales, *se ocupa de ciertas relaciones entre las expresiones de un lenguaje y los objetos* (o "estados de hecho") *"a los que se refieren" dichas expresiones.* Como ejemplos típicos de conceptos semánticos podríamos mencionar los conceptos de *designación*, *satisfacción* y *definición* tal y como aparecen en los siguientes ejemplos:

la expresión "el padre de este país" designa (denota) a Georges Washington; la nieve satisface la función predicativa (la condición) "X es blanca";

la ecuación " $2x=1$ " define (determina únicamente) al número $1/2$.

Mientras que las palabras "*designar*", "*cumplir*" y "*definir*" expresan relaciones (entre ciertas expresiones y los objetos a los que "se refieren" dichas expresiones), la palabra "*verdadero*" tiene una naturaleza lógica diferente. Expresa una propiedad (o denota una clase) de ciertas expresiones, esto es, de oraciones. No obstante, es fácil comprobar que todas las formulaciones ofrecidas anteriormente y destinadas a explicar el significado de esta palabra (cfr.: secciones 3 y 4) se referían no sólo a las oraciones mismas, sino también a los objetos a los que "aludían" dichas oraciones, o tal vez a "los estados de hecho" que describían. Es más, al parecer, la forma más natural y más sencilla de dar con una definición exacta de la verdad implica el uso de otras nociones semánticas tales como la de satisfacción. Es por ello por lo que consideramos que el concepto de verdad del que estamos tratando es un concepto semántico, y el problema de definir la verdad aparece íntimamente relacionado al problema más general de establecer los fundamentos de la semántica teórica.

Hay que decir que la semántica tal y como se la concibe en este escrito (y en otros escritos anteriores del autor) es una disciplina sobria y modesta que no tiene pretensiones de ser una medicina de patente universal para todos los males de la humanidad, bien sean reales o imaginarios. No encontraremos en la semántica ningún remedio para la caída de los dientes, ni para terminar con los delirios de grandeza, ni para poner fin a la lucha de clases. Tampoco nos va a permitir la semántica afirmar que todo el mundo, menos el hablante y su círculo de amigos, están diciendo tonterías.

Desde la antigüedad hasta nuestros días, los conceptos semánticos han tenido un papel destacado en las discusiones mantenidas por filósofos, lógicos y filólogos. No obstante, se ha tratado durante mucho tiempo a estos conceptos con una cierta sospecha. Desde una perspectiva histórica, esta sospecha está totalmente justificada. Sin embargo, aunque el significado de los conceptos semánticos, tal y como se utilizan en el lenguaje cotidiano, parece claro y comprensible, todos los intentos que hasta hora se han llevado a cabo para definir su significado de forma general y precisa han fracasado. Y, lo que es peor, las distintas discusiones en las que dichos conceptos han estado implicados, además de parecer bastante correctos y basarse en premisas aparentemente obvias, condujeron con frecuencia a paradojas y antinomias. Basta aludir aquí a *la antinomia del mentiroso*, *la antinomia de la definibilidad* de Richard (mediante un número finito de palabras), y *la antinomia de los términos heterológicos* de Grelling y Nelson⁹.

En mi opinión, el método diseñado en este escrito contribuye a superar estas dificultades y asegura la posibilidad del uso consistente de los conceptos semánticos.

⁹ La antinomia del mentiroso (atribuida a Eubulides o Epiménides) se trata en las secciones 7 y 8. Para la antinomia de la definibilidad (de J. Richard) véase Hilbert y Benays, *Grundlagen der Mathematik*, vol. 2, págs 263 y ss; para la antinomia de los términos heterológicos véase Grelling y Nelson, *Bemerkungen zu den Paradoxien von Russell und Burali-Forti*, pág .307

6. Lenguajes con una estructura especificada.

Dada la posible aparición de antinomias, el problema de la especificación de la estructura formal y el vocabulario de un lenguaje en el que hay que dar las definiciones de los conceptos semánticos es particularmente complicado; vamos a volver ahora a ocuparnos de este problema.

Existen ciertas condiciones generales bajo las que la estructura de un lenguaje se considera *perfectamente especificada*. Para especificar la estructura de un lenguaje, tenemos que caracterizar de forma inequívoca la clase de palabras y expresiones que van a ser *significativas*. En concreto, tenemos que indicar todas las palabras que hayamos decidido utilizar sin definir las previamente, a las que se denomina "*términos nos definidos (o primitivos)*"; además tenemos que establecer *reglas de definición* para introducir *términos definidos* o nuevos. Asimismo, hay que establecer los criterios que permitan distinguir dentro de una clase de expresiones aquellas a las que denominados "*oraciones*". Por último, hay que formular las condiciones bajo las que una oración del lenguaje puede *aseverarse*. Muy especialmente, hay que indicar todos los *axiomas* (u *oraciones primitivas*), es decir, aquellas oraciones que decidamos afirmar sin necesidad de prueba; y se deben dar las denominadas *reglas de inferencia* (o *reglas de prueba*) mediante las cuales se puedan deducir nuevas oraciones a partir de otras. Los axiomas, así como todas las oraciones que se deduzcan de ellas mediante las reglas de inferencia, reciben el nombre de "*teoremas*" u "*oraciones probables*".

Si al especificar la estructura de un lenguaje, nos referimos únicamente a la forma de las expresiones implicadas, se dice del lenguaje que es un lenguaje *formalizado*. En un lenguaje de este tipo las únicas oraciones que se pueden admitir como válidas son los teoremas.

En la actualidad los únicos lenguaje que tienen una estructura especificada son los lenguajes formalizados de los distintos sistemas de la lógica deductiva, enriquecidos tal vez gracias a la introducción de ciertos términos no lógicos. Sin embargo, el campo de aplicación de estos lenguajes es bastante extenso; teóricamente, podemos desarrollar con ellos varias ramas de la ciencia, por ejemplo, las matemáticas y la física teórica.

(Por otro lado, podemos imaginar la construcción de lenguajes que tengan una estructura especificada con toda exactitud sin ser lenguajes formalizados. En un lenguaje de este tipo la aserción de las oraciones, por ejemplo, podría depender no siempre de su forma, sino a veces de factores no lingüísticos. En realidad, sería interesante e importante construir un lenguaje de este tipo, y en concreto, un lenguaje que fuera capaz de permitir el desarrollo de una rama extensa de la ciencia empírica, puesto que justificaría la esperanza de que los lenguajes con una estructura especificada puedan finalmente reemplazar al lenguaje cotidiano en el discurso científico.)

El problema de la definición de la verdad cobra un significado esencial y se puede solucionar de forma rigurosa sólo para aquellos lenguajes que tengan una estructura exactamente especificada. Con respecto a otros lenguajes, a saber, todos los lenguajes naturales "hablados" - el significado del problema es más o menos vago, y su solución puede ser únicamente aproximada. Hablando a grandes rasgos, la aproximación consiste en sustituir un lenguaje natural (o una parte en la que estemos interesados) por otro lenguaje

cuya estructura esté perfectamente especificada, y que se diferencie del lenguaje dado "lo menos posible".

7. La antinomia del mentiroso

Para descubrir algunas de las condiciones más específicas que deben cumplir los lenguajes en los que (o para los que) vamos a dar una definición de verdad, es aconsejable empezar ocupándonos de la antinomia que directamente implica la noción de verdad, a saber, la antinomia del mentiroso.

Para obtener esta antinomia de una forma perspicua¹⁰, consideremos la siguiente oración:

La oración que aparece impresa en la página 13, línea 9 de este libro, no es verdadera.

Por razones de espacio nos referiremos a la oración de arriba utilizando la letra "s".

Según la convención relativa al uso adecuado del término "verdadero", se puede afirmar la siguiente equivalencia de la forma (T):

(1) "s" es verdadera si, y sólo si, *la oración que aparece impresa en la página 13, línea 9 de este libro, no es verdadera.*

Por otro lado, teniendo en cuenta el significado del símbolo "s", se puede establecer de forma empírica el siguiente hecho:

(2) *"s" es idéntica a la oración que aparece impresa en la página 13, línea 9 de este libro.*

Ahora, haciendo uso de una conocida ley de la teoría de la identidad (la ley de Leibniz), se deduce de (2) que podemos sustituir en (1) la expresión "la oración que aparece impresa en la página 41 de este libro, l.32" por el símbolo "s", y obtenemos así:

(3) *"s" es verdadera si, y sólo si, "s" no es verdadera.*

De esta forma llegamos a una contradicción obvia.

En mi opinión, sería erróneo y peligroso para el progreso científico despreciar la importancia de estas y otras antinomias, y tratarlas como si fueran bromas o meras sofisterías. Es un hecho que estamos en presencia de un absurdo, que nos hemos visto obligados a afirmar una oración falsa (puesto que (3), en tanto que equivalencia entre dos oraciones contradictorias, es necesariamente falsa). Si nos tomamos en serio nuestra labor, no podemos aceptar este hecho sin más. Debemos descubrir sus causas, analizar las premisas sobre las que la antinomia se asienta; tenemos que rechazar por lo menos una de estas premisas e investigar las consecuencias que se derivan para nuestro campo de investigación.

¹⁰ Formulada por J. Lukasiewicz (Universidad de Varsovia).

Se debería subrayar que las antinomias han desempeñado un papel decisivo a la hora de establecer el fundamento de las ciencias modernas deductivas. Y tanto las antinomias de tipo teórico, y en concreto la antinomia de Russell (de la clase de todas las clases que nos son miembros de ellas mismos), constituyeron el comienzo de todos los intentos fructíferos para llevar a cabo una formalización consistente de la lógica y las matemáticas, de tal forma que la antinomia del mentiroso, así como otras antinomias han hecho posible la construcción de la semántica teórica.

8. La inconsistencia de los lenguajes semánticamente cerrados

Si analizamos los presupuestos que conducen a la antinomia del mentiroso, tenemos que señalar que:

I. Hemos asumido de forma implícita que el lenguaje en el que se construye la antinomia contiene, además de sus expresiones, los nombres de dichas expresiones, así como los términos semánticos como el término "*verdadero*" para referirse a las oraciones de este lenguaje; hemos asumido igualmente que todas las oraciones que determinan el uso adecuado de este término se pueden enunciar en este lenguaje. Un lenguaje que tenga todas estas características es un lenguaje "*semánticamente cerrado*".

II. Hemos supuesto que en este lenguaje rijan las leyes habituales de la lógica.

III. Hemos supuesto que se pueda formular y afirmar en nuestro lenguaje una premisa empírica del tipo de la afirmación (2) que ha aparecido en esta argumentación.

Cabe señalar que el tercer supuesto no es esencial ya que es posible reconstruir la antinomia del mentiroso sin su ayuda¹¹. Sin embargo, los presupuestos (I) y (II) sí son esenciales. Dado que cualquier lenguaje que cumpla estos dos presupuestos es inconsistente, tenemos que rechazar, por lo menos, uno de ellos.

No merece la pena hacer hincapié en las consecuencias que tendría el rechazar el segundo supuesto, esto es, el tener que cambiar la lógica (suponiendo que esto fuera posible), incluso en las partes más elementales y fundamentales. Por lo tanto, vamos a considerar sólo la posibilidad de rechazar el primer supuesto. De ahora en adelante, tenemos la intención de *no utilizar ningún lenguaje que sea semánticamente cerrado* en el sentido dado.

Esta restricción es naturalmente inaceptable para aquellos que, por razones que se me escapan, creen que existe únicamente un lenguaje "genuino" (o, al menos, que todos los lenguajes "genuinos" son traducibles entre sí). Sin embargo, esta restricción no afecta de

¹¹ Podemos *grosso modo* hacerlo como sigue. Sea S cualquier oración que comience con las palabras "*Toda oración*". Asociamos a S una nueva oración S* cambiándola de la siguiente forma: Sustituimos en S la primera palabra, "*Toda*", por la palabra "*La*" y añadimos después de la segunda palabra "*Toda la oración S*". Llamemos a la oración S "autoaplicable" o "no-autoaplicable" dependiendo de si la oración asociada S* es verdadera o falsa. Considérese la siguiente oración:

Toda oración no es aplicable

Se puede demostrar fácilmente que la oración que se acaba de enunciar puede ser tanto autoaplicable como no- autoaplicable, esto es, una contradicción. No queda claro en que sentido esta formulación de la antinomia implica una premisa empírica, pero no me voy a extender en este punto.

ninguna forma a los intereses o a las necesidades de la ciencia. Los lenguajes (ya sean lenguajes formalizados o -lo que es más frecuente- fragmentos del lenguaje cotidiano) que se utilizan en el discurso científico no tienen que ser semánticamente cerrados. Esto resulta obvio siempre que los fenómenos lingüísticos y, en concreto, las nociones semánticas no sean el objeto de una ciencia; en tal caso el lenguaje de dicha ciencia no tiene que contener ningún término semántico. No obstante, ya se verá en la siguiente sección cómo se puede prescindir de los lenguajes semánticamente cerrados incluso en aquellos debates científicos en los que estén implicadas nociones semánticas.

El problema surge al considerar el caso del lenguaje cotidiano. A primera vista, parecería que este lenguaje satisface los dos primeros presupuestos, y que, por lo tanto, debe ser inconsistente. Pero el caso es, en realidad, algo más complicado. Nuestro lenguaje cotidiano carece ciertamente de una estructura perfectamente definida. No sabemos a ciencia cierta qué expresiones son oraciones, y es difícil saber cuáles son las oraciones que podemos asertar. Por ello, el problema de la consistencia no tiene un significado preciso con respecto a este lenguaje. Como mucho podemos aventurarnos y afirmar que un lenguaje cuya estructura esté perfectamente definida y que se asemeje a nuestro lenguaje cotidiano lo más fielmente que sea posible, es inconsistente.

9. Lenguaje-objeto y metalenguaje

Puesto que hemos decidido no utilizar lenguajes semánticamente cerrados, tenemos que utilizar dos lenguajes diferentes al discutir el problema de la definición de la verdad y, más generalmente, cualquier tipo de problema en el campo de la semántica. El primero de estos lenguajes es el lenguaje "del que se habla" y que es el objeto de esta discusión; la definición de la verdad que buscamos se aplica a las oraciones de este lenguaje. El segundo es el lenguaje "con el que hablamos" del primer lenguaje, y en términos del que nos gustaría, en concreto, construir la definición de verdad para el primer lenguaje. Denominaremos al primer lenguaje "*lenguaje objeto*" y al segundo "*metalenguaje*".

Adviértase que los términos "lenguaje objeto" y "metalenguaje" tienen únicamente un sentido relativo. Por ejemplo, si nos interesa la noción de verdad aplicada a las oraciones, no del lenguaje objeto original, sino del metalenguaje, este último se convierte automáticamente en el lenguaje objeto de nuestra discusión; y para definir la verdad para este lenguaje, tenemos que utilizar un nuevo metalenguaje - para decirlo de otra forma, tenemos que hacer uso de un metalenguaje de un nivel más elevado. De esta forma, nos encontramos con toda una jerarquía de lenguajes.

El vocabulario del metalenguaje viene determinado en gran medida por las condiciones previamente establecidas bajo las que una definición de verdad se considerara materialmente adecuada. Esta definición, tal y como recordamos, tiene que implicar todas las equivalencias de la forma (T):

(T) *X es verdadera si, y sólo si, p.*

Tanto la definición como todas las equivalencias implicadas tienen que ir formuladas en el metalenguaje. Por otro lado, el símbolo "*p*" en (T) sustituye a una oración cualquiera de nuestro lenguaje objeto. Por lo tanto, todas las oraciones que aparezcan en el lenguaje objeto tienen que aparecer también en el metalenguaje; en otras palabras, el metalenguaje tiene que

contener al lenguaje objeto en tanto que parte constituyente. Esto es necesario, de todos modos, para la prueba de la adecuación de la definición - a pesar de que la definición se puede a veces formular en un metalenguaje menos extenso que no cumpla este requisito.

(El requisito en cuestión se puede modificar de alguna forma, puesto que basta asumir que el lenguaje objeto se puede traducir al metalenguaje; esto exige un cierto cambio en la interpretación del símbolo "*p*" en (T). De ahora en adelante pasaremos por alto la posibilidad de esta modificación.)

Además, el símbolo "*X*" en (T) representa el nombre de la oración al que sustituye "*p*". Está claro que el metalenguaje tiene que ser lo suficientemente rico como para proporcionarnos la posibilidad de construir un nombre para cada una de las oraciones del lenguaje objeto.

Igualmente, el metalenguaje debe obviamente contener términos de un carácter lógico general, tales como la expresión "si, y sólo si"¹².

Es preferible que el metalenguaje no contenga términos sin definir como los que aparecen de forma explícita o implícita en los comentarios de arriba, por ejemplo, términos del lenguaje objeto; términos referidos a la forma de las expresiones del lenguaje objeto, y utilizados a la hora de construir los nombres de dichas expresiones; y términos lógicos. En concreto, querríamos *introducir términos semánticos* (referidos al lenguaje objeto) *en el metalenguaje únicamente por definición*. Puesto que, si se cumple este postulado, la definición de la verdad, o de cualquier otro concepto semántico, cumplirá con la función que de forma intuitiva esperamos de cualquier definición; esto es, explicará el significado del término que se esté definiendo haciendo uso de términos cuyo significado sea completamente claro y unívoco. Y, además, tendremos entonces una garantía de que la utilización de conceptos semánticos no nos hará caer en contradicciones.

No hay más requisitos con respecto a la estructura formal del lenguaje objeto y del metalenguaje; se da por supuesto que es semejante al de otros lenguajes formalizados conocidos en la actualidad. En concreto, damos por sentado que las reglas formales normales de la definición se cumplen en el metalenguaje.

10. Condiciones para una solución del principal problema

Ahora, tenemos ya una idea clara tanto de las condiciones de adecuación material a las que se sujeta la definición de verdad, así como de la estructura formal de un lenguaje en el que hay que elaborar dicha definición. En estas circunstancias, el problema de la definición de la verdad adquiere el carácter de un problema concreto de naturaleza puramente deductiva.

La solución al problema, no obstante, está lejos de ser obvia, y no intentaré detallarla sin hacer uso de toda la maquinaria de la lógica contemporánea. En este apartado, me limitaré a dar un breve bosquejo de la solución y de la discusión de ciertos puntos implicados de interés más general.

¹² Los términos 'lógica' y 'lógico' se utilizan en este escrito en un sentido amplio, un sentido que ha llegado a ser tradicional en las últimas décadas; por lógica se entiende toda la teoría de clases y relaciones (esto es, la teoría de conjuntos). Por diferentes razones, prefiero utilizar el término 'lógica' en un sentido mucho más restringido y aplicarlo únicamente a lo que a veces se denomina 'lógica elemental', a saber, al cálculo proposicional y al cálculo de predicados (restringido).

La solución es a veces positiva y a veces negativa. Depende de las relaciones formales entre el lenguaje objeto y su metalenguaje; o, más concretamente, del hecho de si el metalenguaje en su parte lógica es "*esencialmente más rico*" que el lenguaje objeto o no lo es. No es fácil dar una definición general y precisa de esta noción de "*riqueza esencial*". Si nos limitamos a los lenguajes basados en la teoría lógica de tipos, la condición que el metalenguaje tiene que cumplir para ser "*esencialmente más rico*" que el lenguaje objeto es que contenga variables de un tipo lógico más elevado que las del lenguaje objeto.

Si no se cumple la condición de "*riqueza esencial*", se puede mostrar que es posible la interpretación del metalenguaje en el lenguaje objeto; es decir, dado un término cualquiera del metalenguaje se puede correlacionar con un término bien determinado del lenguaje objeto de tal forma que las oraciones aseverativas de un lenguaje se correlacionen con las oraciones aseverativas de otro lenguaje. Como resultado de esta interpretación, la hipótesis según la cual una definición satisfactoria de la verdad tiene que ser formulada en el metalenguaje, implica la posibilidad de reconstruir en ese lenguaje la antinomia del mentiroso; y esto, a su vez, nos obliga a rechazar la hipótesis en cuestión.

(El hecho de que el metalenguaje, en su parte no lógica) es por regla general más extenso que el lenguaje objeto no afecta a la posibilidad de interpretar el primero en el segundo. Por ejemplo, los nombres de las expresiones del lenguaje objeto que aparecen en el metalenguaje, aunque gran parte no aparece en el lenguaje objeto; pero, no obstante, es posible interpretar estos nombres en términos del lenguaje objeto.)

Así vemos que la condición de "*riqueza esencial*" es necesaria para la posibilidad de una definición satisfactoria de la verdad en el metalenguaje. Si queremos desarrollar la teoría de la verdad en un metalenguaje que no cumpla esta condición, tenemos que rechazar la idea de definir la verdad con la única ayuda de aquellos términos que se han indicado más arriba (sección 8). Tenemos que incluir el término "*verdadero*", o algún otro término semántico, en la lista de términos sin definir del metalenguaje, así como definir las propiedades fundamentales de la noción de verdad en una serie de axiomas. No hay nada malo en un procedimiento axiomático, y puede resultar útil para distintos propósitos¹³.

Sin embargo, se puede evitar dicho procedimiento. Puesto que *la condición de la "riqueza esencial" del metalenguaje tiene que ser, no sólo necesaria, sino también suficiente para la construcción de una definición satisfactoria de la verdad*; por ejemplo, si el metalenguaje cumple esta condición, la noción de verdad se puede definir en dicho metalenguaje. Indicaremos más adelante en términos generales cómo se puede llevar a cabo dicha construcción.

11. (Un esbozo) de la construcción de la definición¹⁴

Una definición de verdad se puede obtener de una forma muy simple partiendo de otra noción semántica, a saber, la noción de *satisfacción*.

¹³ cf. aquí, Tarski "Grundlegung der Wissenschaftlichen Semantik" págs. 5 y ss.

¹⁴ El método de construcción que vamos a diseñar se puede aplicar -con ciertos cambios- a todos los lenguajes formalizados que se conocen hasta el momento; aunque de esto no se sigue que no pueda construirse un lenguaje sin el uso de este método.

La satisfacción es una relación entre objetos arbitrarios y ciertas expresiones denominadas "*funciones predicativas*". Se trata de expresiones tales como "*x es blanca*", "*x es mayor que y*", etc. Su estructura formal es parecida a la de las oraciones; sin embargo, pueden contener las llamadas variables libres (como la "*x*" y la "*y*" en "*x es mayor que y*") que no aparecen en las oraciones.

A la hora de definir la noción de una función predicativa en cualquier lenguaje formalizado, aplicamos por regla general lo que se denomina un "procedimiento recursivo"; esto es, primero se describen las funciones predicativas que tienen la estructura más simple (lo que normalmente no presenta ninguna dificultad), y después se pasa a indicar las operaciones por medio de las que se pueden construir funciones compuestas partiendo de otras más simples. Esta operación puede consistir, por ejemplo, en formar una disyunción lógica o una conjunción de dos funciones dadas, por ejemplo, combinándolas mediante las palabras "*o*" o "*y*". Se puede ahora definir la oración como una función predicativa que no contiene variables libres.

Por lo que respecta a la noción de satisfacción, vamos a intentar definirla diciendo que algunos objetos dados satisfacen una función dada si esta última se convierte en una oración verdadera al sustituir la variable libre que aparece en ella por el nombre de un objeto dado. En este sentido, por ejemplo, la nieve satisface la función predicativa "*X es blanca*", puesto que "*la nieve es blanca*" es verdadera. Sin embargo, y a pesar de otras dificultades, no podemos contar con este método ya que nuestro objetivo es utilizar la noción de satisfacción para definir la verdad.

Para obtener una definición de satisfacción es aconsejable aplicar de nuevo un procedimiento recursivo. Indicamos los objetos que satisfacen las funciones predicativas más simples; después pasamos a enunciar las condiciones en las que los objetos dados satisfacen una función compleja -suponiendo que sabemos qué objeto satisface las funciones más simples a partir de las que se han creado las más complejas. De esta forma, por ejemplo, decimos que ciertos números satisfacen la disyunción lógica "*x es mayor que y o x es igual a y*" si satisface por lo menos una de las funciones "*x es mayor que y*" o "*x es igual a y*".

Una vez que se ha obtenido la definición general de satisfacción, nos damos cuenta de que es aplicable automáticamente también a las funciones predicativas especiales que no contienen variables libres, por ejemplo, a las oraciones. Resulta que para una oración sólo son posibles dos casos: o bien todos los objetos satisfacen una oración, o bien ningún objeto satisface dicha oración. De esta forma, llegamos a la definición de verdad y falsedad diciendo que *una oración es verdadera si todos los objetos la satisfacen y es falsa si ningún objeto la satisface*¹⁵.

¹⁵ Al intentar llevar a cabo esta idea, surgen ciertas dificultades técnicas. Una función predicativa puede contener un número arbitrario de variables libres; y la naturaleza lógica de la noción de satisfacción varía con este número. Así pues, la noción en cuestión cuando se aplica a funciones con una única variable, es una relación binaria entre estas funciones y el objeto; cuando se aplica a funciones que contienen dos variables, se convierte en una relación ternaria entre funciones y parejas de objetos, y así sucesivamente. Por lo tanto, hablando con propiedad, no contamos con una noción de satisfacción, sino con infinitas nociones; y resulta que dichas nociones no se pueden definir de forma independiente, sino que hay que introducirlas a la vez.

(Puede parecer extraño el que hayamos elegido un rodeo para definir la verdad de una oración, en vez de haber intentado aplicar, por ejemplo, un procedimiento recursivo directo. La razón es que las oraciones compuestas están construidas a partir funciones predicativas más simples, y no siempre de oraciones más simples; por lo tanto, no hay un método recursivo general que se aplique concretamente a las oraciones.)

Con este somero esbozo no queda claro dónde y cómo aparece el presupuesto de "riqueza esencial" del metalenguaje en esta discusión; la situación queda clara únicamente si la construcción se lleva a cabo de modo formal y detallado¹⁶.

12. Consecuencias de la definición

La definición de verdad que se ha esbozado más arriba tiene consecuencias muy interesantes.

En primer lugar, se ha demostrado que la definición no es solamente formalmente correcta, sino también materialmente adecuada (en el sentido en el que se estableció en la sección 4); en otras palabras, implica todas las equivalencias de la forma (T). Con respecto a esto, es importante señalar que las condiciones necesarias para que se dé la adecuación material de la definición determinan únicamente la extensión del término "*verdadero*". Por lo tanto, cada definición de verdad que sea materialmente adecuada será necesariamente equivalente a la ya construida. La concepción semántica de la verdad no nos ofrece, por así decirlo, la posibilidad de elegir entre distintas definiciones de esta noción que no sean equivalentes entre sí.

Además, podemos deducir de nuestra definición varias leyes de naturaleza general. En concreto, podemos probar con su ayuda *la ley de la contradicción y la del tercio excluso*, que son tan características de la concepción aristotélica de la verdad; por ejemplo, podemos demostrar que una y sólo una de dos oraciones contradictorias es verdadera. No se deberían identificar estas leyes de la semántica con las leyes lógicas de la contradicción y el tercio excluso; esta última pertenece al cálculo proposicional, esto es, a la parte más elemental de la lógica y no implica para nada el término "*verdadero*".

Para resolver esta dificultad hacemos uso de la noción matemática de secuencia infinita (o, posiblemente, de una secuencia finita con un número cualquiera de términos). No se le considerará a la satisfacción una relación n-ádica entre funciones predicativas y un número indefinido de objetos, sino una relación binaria entre funciones y secuencias de objetos. Así, la formulación de una definición general y precisa de satisfacción no presenta ya ningún tipo de dificultad y se puede definir una oración verdadera como aquella oración que es satisfecha por cualquier secuencia.

¹⁶ Para definir de forma recursiva la noción de satisfacción tenemos que hacer uso de un cierto tipo de definición recursiva que no se admite en el lenguaje objeto. Por lo tanto, la "riqueza esencial" del metalenguaje podría consistir simplemente en admitir este tipo de definición. Por otro lado, se conoce un método general que permite eliminar todas las definiciones recursivas y sustituirlas por definiciones explícitas normales. Si aplicamos este método a la definición de satisfacción podemos comprobar que, o bien tenemos que introducir en el metalenguaje variables de un tipo lógico más elevado de las que aparecen en el lenguaje objeto, o bien tenemos que asumir axiomáticamente en el metalenguaje la existencia de clases que son más extensas que todas aquellas cuya existencia se puede establecer en el lenguaje objeto. Vid., Tarski "Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen" págs. 393 y ss y "On Undecidable Statements" pág. 110

Se pueden obtener resultados más importantes aplicando la teoría de la verdad a los lenguajes formalizados de una clase muy extensa de disciplinas matemáticas; sólo quedan excluidas de esta clase las disciplinas de carácter elemental y que tienen una estructura lógica muy elemental. Resulta que para una disciplina de esta clase *la noción de verdad nunca coincide con la de demostrabilidad*; puesto que todas las oraciones que pueden deducirse son verdaderas, pero hay oraciones verdaderas que no son deducibles¹⁷. De lo que se sigue que cada una de estas disciplinas es consistente, pero incompleta; es decir, de cada dos oraciones contradictorias, a lo sumo, una es deducible, y - lo que es más - existe un par de oraciones contradictorias y ninguna de las dos es deducible¹⁸.

13. Extensión de estos resultados a otras nociones semánticas

La mayoría de las conclusiones a las que hemos llegado en las secciones precedentes al discutir la noción de verdad se puede hacer extensible, con los cambios pertinentes, a otras nociones semánticas, por ejemplo, a la noción de satisfacción (presente en nuestra discusión anterior), y a las nociones de *designación* y *definición*.

Cada una de estas nociones se pueden analizar siguiendo las pautas marcadas al analizar la noción de verdad. Por lo tanto, se pueden establecer criterios para una utilización adecuada

¹⁷ Dado el desarrollo de la lógica moderna, la noción de prueba matemática se ha simplificado considerablemente. Una oración de una teoría formalizada dada, es deducible si se puede obtener de los axiomas de la teoría aplicando reglas puramente formales y sencillas de inferencia, tales como las de sustitución y simplificación. Por lo tanto, demostrar que todas las oraciones deducibles son verdaderas basta para probar que todos los axiomas son verdaderos, y que las reglas de inferencia siempre que se apliquen a oraciones verdaderas nos van a dar oraciones nuevas verdaderas; por regla general, esto no presenta ninguna dificultad.

Por otro lado, en vista de la naturaleza elemental de la noción de demostrabilidad, una definición exacta de esta noción exige únicamente el uso de un aparato lógico sencillo. En la mayoría de los casos los aparatos lógicos de los que disponen las teorías formalizadas (a las que la noción de demostrabilidad se refiere) son más que suficientes para este objetivo. Se sabe, no obstante, que para la definición de verdad vale también lo contrario. Por lo tanto, como regla valga decir que las nociones de verdad y de demostrabilidad no pueden coincidir; y puesto que toda oración deducible es verdadera, deben existir oraciones verdaderas que no sean deducibles.

¹⁸ Así la teoría de la verdad nos proporciona un método general de prueba de la consistencia de las teorías matemáticas formalizadas. Sin embargo, es obvio que una prueba de consistencia obtenida mediante este método puede tener un valor de carácter intuitivo - esto es, podría convencernos o fortalecer nuestra creencia según la cual la teoría que estamos considerando es consistente - únicamente si conseguimos definir la verdad en términos de un metalenguaje que no contenga en sí mismo al lenguaje objeto (cf. sección 9). Puesto que solamente en este caso los presupuestos deductivos del metalenguaje pueden ser intuitivamente más sencillos y más claros que los del lenguaje objeto- incluso aunque la condición de "riqueza esencial" se cumpla formalmente. Cf. Tarski, "Grundlegung der Wissenschaftlichen Semantik", pág. 7.

La incompletud de una clase extensa de teorías formalizadas constituye el contenido esencial de un teorema fundamental de K. Gödel; cf. Gödel "Über formal unentscheidbare Sätze", págs. 187 y ss. La explicación que nos permite ver cómo la teoría de la verdad conduce tan directamente al teorema de Gödel es bastante simple. Al derivar el resultado del Gödel de la teoría de la verdad hacemos un uso esencial del hecho de que la teoría de la verdad no puede venir dada en un metalenguaje que sea únicamente tan "rico" como el lenguaje objeto (cf. n.17); no obstante, al establecer este hecho, se aplica un método de razonamiento que está íntimamente relacionado con el utilizado (por primera vez) por Gödel. Podría añadirse que Gödel al elaborar su demostración, tenía obviamente presente ciertas consideraciones intuitivas referidas a la noción de verdad, aunque dicha definición no aparece en la prueba de forma explícita; cf. Gödel "Über formal unentscheidbare Sätze", pág.174 y ss.

de estas nociones; se puede mostrar que cada una de dichas nociones, cuando se utiliza en un lenguaje semánticamente cerrado, según esos criterios, lleva necesariamente a una contradicción¹⁹; se hace indispensable de nuevo contar con una distinción entre lenguaje objeto y metalenguaje; y la "riqueza esencial" del metalenguaje parece en cada caso ser condición suficiente y necesaria para una definición satisfactoria de la noción implicada. Por lo tanto, los resultados obtenidos al ocuparnos de una noción semántica en concreto son aplicables al problema general de los fundamentos de la semántica teórica.

Dentro de la semántica teórica podemos estudiar y analizar algunas otras nociones, cuyo contenido intuitivo está implícito y cuyo origen semántico es menos obvio; tenemos en mente, por ejemplo, nociones importantes como la de la *consecuencia*, la *sinonimia* y el *significado*²⁰.

Nos hemos centrado aquí en la teoría de las nociones semánticas relacionadas con un lenguaje objeto individual (aunque no se hayan tratado las propiedades específicas de dicho lenguaje). Sin embargo, podríamos plantearnos también el desarrollo de una *semántica general* aplicable a una clase extensa de lenguajes objetos. Gran parte de los comentarios expuestos más arriba es extensible a este problema de carácter más general; no obstante, se

¹⁹ Las nociones de designación y definición llevan respectivamente a las antinomias de Grelling y Nelson y a la de Richard (cf. n.9). Para obtener una antinomia de la noción de satisfacción, tenemos que construir la siguiente expresión:

La función predicativa X no satisface a X

La contradicción surge cuando consideramos la cuestión de si la expresión, que es claramente una función predicativa, se satisface a sí misma o no.

²⁰ Todas las nociones mencionadas en esta sección pueden definirse en términos de satisfacción. Podemos decir, por ejemplo, que un término dado designa a un objeto dado si dicho objeto satisface la función predicativa "x es idéntico a T" donde "T" está por el término dado. De igual forma, se dice que una función predicativa define un objeto dado si éste es el único objeto que satisface a esta función. Para una definición de consecuencia, vid. Tarski, "Über den Begriff der logischen Folgerung", y para la de sinonimia, vid. Carnap, "Introduction to Semantics".

plantean nuevas dificultades a este respecto, que no vamos a tratar aquí. Señalaré simplemente que el método axiomático (mencionado en la sección 10) puede ser el más apropiado para el tratamiento de este problema²¹.

²¹ La semántica general es el tema que trata Carnap en su obra *Introduction to Semantics*. Cf. los comentarios al respecto en Tarski, "Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen" pág. 388 y ss.

II. Observaciones polémicas

14. ¿Es la concepción semántica de la verdad la correcta?

Me gustaría dar comienzo a esta segunda parte, de carácter más polémico, haciendo algunos comentarios generales.

Espero que nada de lo que aquí se diga se interprete como la afirmación de que la concepción semántica de la verdad es la "correcta" o la "única posible". No tengo la menor intención de contribuir a una de esas discusiones interminables y a veces violentas sobre este tema, a saber, "¿Cuál es la concepción correcta de la verdad?"²². He de confesar que ignoro lo que está en juego en estas disputas, ya que el problema es tan vago que no es posible encontrar una solución definitiva. En realidad, me parece que el sentido en el que la frase "la concepción correcta" se utiliza nunca ha estado claro. En la mayoría de los casos uno tiene la impresión de que la frase se ha empleado en un sentido casi místico, basado en la creencia según la cual cada palabra tiene un único significado "real" (un tipo de idea platónica o aristotélica), y que todas las concepciones que compiten entre sí son realmente intentos por hacerse con este único significado; y, puesto que dichas concepciones se contradicen entre sí, sólo una de ellas puede ser la adecuada y, por lo tanto, únicamente una concepción es la "correcta".

Las discusiones de este tipo no se limitan, de ninguna forma a la noción de verdad. En realidad surgen en todos los ámbitos en los que -en lugar de hacer uso de una terminología científica exacta- se hace uso del lenguaje común con toda su ambigüedad y vaguedad; y son siempre discusiones que carecen de sentido, y que, por lo tanto, son estériles.

Me parece obvio que el único acercamiento racional a dichos problemas podría ser el siguiente: deberíamos reconciliarnos con el hecho de que nos enfrentamos, no con un concepto, sino con varios conceptos diferentes denotados por una sola palabra; deberíamos intentar aclarar estos conceptos lo mejor posible (mediante definiciones, un procedimiento axiomático, o de cualquier otra forma); para evitar posteriores confusiones, deberíamos ponernos de acuerdo para utilizar términos diferentes para conceptos diferentes; y después podríamos proceder a realizar un estudio detallado y sistemático de todos los conceptos implicados, que mostraría sus propiedades principales y sus relaciones mutuas.

En concreto, con respecto a la noción de verdad, es indudable que tanto en discusiones filosóficas -y quizás también en el uso cotidiano- se pueden encontrar algunas concepciones incipientes de esta noción que se diferencien esencialmente de la concepción clásica (de la que la concepción semántica no es más que una versión modernizada). Para ser exactos ya se han discutido distintas concepciones de este tipo, tales como la concepción pragmática, la teoría de la coherencia, etc.

En mi opinión, todavía no se ha expresado ninguna de estas concepciones de forma inteligible e unívoca. Esta situación podría cambiar, y podría llegar el momento en el que

²² Cf. Ness, "Truth as Conceived by Those who Are Not Professional Philosophers" págs. 13 y ss.

nos enfrentáramos a distintas concepciones de la verdad incompatibles, pero igualmente claras y precisas. Entonces, habría que abandonar el uso ambiguo de la palabra "verdadero", y habría que introducir distintos términos para que cada uno denotase una noción diferente. Personalmente, no me sentiré ofendido si en un congreso futuro de "teóricos de la verdad" se decidiera -por mayoría de votos- reservar la palabra "verdadera" para una de las concepciones no clásicas y se sugiriera la utilización de cualquier otra palabra, digamos "ferdadero", para las concepciones que se discuten aquí. Pero me resulta difícil imaginar a alguien que pudiera presentar argumentos convincentes que desbancaran la concepción semántica y hubiera que considerarla "errónea".

15. La corrección formal de la definición de verdad propuesta

Las objeciones concretas a las que han dado lugar mis investigaciones pueden dividirse en varios grupos que consideraré por separado.

Creo que prácticamente todas las objeciones que se me han planteado no se refieren a la noción de verdad que he propuesto, sino a la concepción semántica de la verdad en general. Incluso aquellas que se enfrentaban directamente a la definición presentada, se podrían referir a cualquier otra definición que se ajustase a esta concepción.

Me refiero, en concreto, a aquellas objeciones que se ocupan de la corrección formal de la definición. Se me han planteado varias críticas a este respecto; sin embargo, dudo que se las pueda tomar en serio.

Permítaseme citar un ejemplo típico de dichas objeciones²³. Al formular la definición utilizamos necesariamente conectores proposicionales tales como "si... entonces", "o", etc. Aparecen en el *definiens*; y uno de ellos, a saber, la frase "si, y sólo si", se utiliza generalmente para relacionar el *definiendum* con el *definiens*. No obstante, está claro que el significado de los conectores proposicionales se explica en lógica con ayuda de las palabras "verdadero" y "falso"; por ejemplo, decimos que una equivalencia, esto es, una oración de la forma "*p si, y sólo si, q*", es verdadera si uno o los dos miembros, es decir, las oraciones representadas por "*p*" y "*q*" son verdaderas o falsas. Por eso, la definición de verdad implica un círculo vicioso.

Si esta objeción fuera válida, no sería posible dar ninguna definición correcta de la verdad, ya que no se puede formular ninguna oración compuesta sin hacer uso de los conectores proposicionales, o de otros términos lógicos definidos con su ayuda. Afortunadamente, la situación no es tan grave.

Es indudable que un desarrollo estrictamente deductivo de la lógica viene a menudo precedido de ciertas afirmaciones que explican las condiciones en las que las oraciones de la forma "*si p, entonces q*", etc. se consideran verdaderas o falsas. (A veces estas explicaciones se dan de forma esquemática, mediante las denominadas tablas de verdad). Sin embargo, estas afirmaciones caen fuera del sistema de la lógica, y no se deberían considerar definiciones de los términos implicados. No se formulan en el lenguaje del sistema, pero aparecen como consecuencias específicas de la definición de verdad dada en el

²³ No se dará el nombre de las personas que han planteado estas críticas, a no ser que dichas críticas hayan aparecido impresas.

metalenguaje. Además, estas afirmaciones no influyen en el desarrollo deductivo de la lógica en ningún sentido, puesto que en tal desarrollo no se discute si una oración dada es verdadera, lo único que interesa es si dicha oración es demostrable²⁴.

Por otro lado, en el momento en el que nos encontremos con el sistema de la lógica deductiva -o cualquier otra disciplina basada en la lógica, por ejemplo, la semántica- o bien consideramos a los conectores proposicionales como si fueran términos definidos, o bien los definimos mediante otros conectores, pero nunca mediante términos semánticos como los de "verdadero" o "falso". Por ejemplo, si acordamos considerar a las expresiones "no" y "si...entonces" (y posiblemente también a "si, y sólo si") como términos no definidos, podemos definir el término "o" diciendo que una oración que tenga la forma " p o q " es equivalente a la oración "si no p , entonces q ". La definición se puede formular de la siguiente forma:

(p o q) si, y sólo si, (si no p, entonces q)

Evidentemente esta definición no contiene términos semánticos. Sin embargo, el círculo vicioso surge en la definición únicamente cuando los *definiens* contienen o bien el término mismo que se va a definir, u otros términos definidos con su ayuda. Pero puede verse claramente que el uso de conectores proposicionales no implica ningún círculo al definir el término semántico "verdadero".

Me gustaría mencionar otra crítica que se me ha planteado con respecto a la corrección formal, no de la definición de verdad, sino de los argumentos que nos llevan hasta dicha definición²⁵.

El autor de dicha crítica confunde el esquema (T) (de la sección 4) con la definición de verdad. Según este autor, la definición en cuestión adolece de una "brevedad inadmisibles", esto es, de "incompletud", "incompletud" que "no nos proporciona los medios para decidir si por 'equivalencia' se entiende una relación lógico-formal, o una relación no lógica y por ende no describible estructuralmente." Para solventar este "defecto" sugiere que se complemente (T) de una de las dos formas siguientes:

²⁴ Debería recalcar que con relación al círculo vicioso mencionado, la situación no cambiaría ni aunque adoptáramos otro punto de vista, representado en este caso por Carnap en su obra *Introduction to Semantics*; si consideráramos la especificación de las condiciones en las que las oraciones de un lenguaje son verdaderas como parte esencial de la descripción de dicho lenguaje. Por otro lado, habría que señalar que el punto de vista representado en el texto no excluye la posibilidad de la utilización de las tablas de verdad en un desarrollo deductivo de la lógica. No obstante, dichas tablas son únicamente un instrumento formal con el que comprobar la demostrabilidad de ciertas oraciones y los símbolos "T" y "F" que aparecen en dichas tablas y, que normalmente son abreviaciones de la palabras "verdadero" y "falso", no deberían interpretarse de forma intuitiva.

²⁵ Vid. Juhos, "The Truth of Empirical Statements". Tengo que admitir que no entiendo bien las críticas planteadas por von Juhos e ignoro cómo clasificarlas; Por lo tanto, me limitaré aquí a señalar ciertos puntos de carácter formal. Parece ser que Von Juhos desconoce mi definición de verdad; él se refiere únicamente a una presentación informal que aparece en la obra Tarski, "Grundlegung der Wissenschaftlichen Semantik", en la que todavía no aparece la definición. Si conociera la definición se vería obligado a cambiar su argumentación. No obstante, no dudo que encontrara también en esta definición algunos "defectos". Puesto que él cree haber demostrado que "no puede darse una definición para el fundamento de los principios".

(T) *X es verdadero si, y sólo si, p es verdadero,*

o

(T") *X es verdadero si, y sólo si, p es el caso (por ejemplo, si lo que p afirma es el caso).*

Después, el autor pasa a discutir estas dos nuevas "definiciones", que se supone que carecen del viejo "defecto" formal, pero que resultan ser insatisfactorias por razones no formales.

Esta nueva objeción surge de un malentendido referente a la naturaleza de los conectores proposicionales (que está relacionado con lo que hemos discutido anteriormente). El autor de la objeción no parece darse cuenta de que la frase "*si, y sólo si*" (frente a frases como "*son equivalentes*" o "*es equivalente a*") no expresa para nada una relación entre oraciones puesto que no combina nombres de oraciones.

En general, todo el argumento se basa en una confusión obvia entre las oraciones y sus nombres. Baste con señalar que -frente a (T), (T') y (T") no aportan ninguna expresión significativa si sustituimos en ellas "*p*" por una oración; las frases "*p es verdadero*" y "*p es el caso*" (esto es, "*lo que p afirma es el caso*") carecen de sentido si sustituimos "*p*" por una oración, y no por el nombre de la oración (cf. sección 4)²⁶.

Mientras que este autor cree que el esquema (T) es "inadmisiblemente breve"; por mi parte, me inclino a pensar que los esquemas (T') y (T") son "inadmisiblemente largos". Y creo poder probar esta afirmación con todo rigor con la siguiente definición: se dice que una expresión es "inadmisiblemente larga" cuando (1) carece de sentido, y (2) cuando se ha obtenido a partir de una expresión significativa añadiéndole palabras innecesarias.

16. La redundancia de los términos semánticos - su posible eliminación

La crítica de la que me voy a ocupar ahora no se refiere ya a la corrección formal de la definición, aunque sí se refiere a ciertas características formales de la concepción semántica de la verdad.

Se ha visto más arriba que esta concepción consiste fundamentalmente en considerar a la oración "*X es verdadera*" equivalente a la oración denotada por "*X*" (donde "*X*" está por el nombre de la oración del lenguaje objeto). Por lo tanto, el término "*verdadero*", cuando aparece en una oración simple de la forma "*X es verdadero*", se puede eliminar fácilmente, y la oración misma, que pertenece al metalenguaje, puede ser reemplazada por una oración equivalente del lenguaje objeto. Lo mismo se puede decir de las oraciones compuestas siempre que el término "*verdadero*" aparezca en ellas únicamente como parte de la expresión de la forma "*X es verdadero*".

Por esta razón, algunos creen que el término "verdadero" en el sentido semántico se puede eliminar siempre, y por ello la concepción semántica de la verdad es estéril e inútil. Y

²⁶ Las frases "*p es verdadero*" y "*p es el caso*" (o mejor, "*es verdadero que p*" "*es el caso que p*") se utilizan a veces en discusiones informales por motivos de estilo; pero se consideran en realidad sinónimos de la oración representada por "*p*". Por otro lado, creo que von Juhos no puede utilizar las frases en cuestión como si fueran sinónimas de "*p*"; puesto que en dicho caso el sustituir (T) por (T') y (T") no supondría ninguna "mejora".

puesto que las mismas consideraciones se pueden aplicar a otras nociones semánticas, se ha concluido que toda la semántica no es más que un puro juego verbal y como mucho una simple afición inofensiva.

Pero el asunto no es tan sencillo²⁷. El tipo de eliminación que aquí se discute no siempre se puede hacer. No se puede hacer con las afirmaciones universales que expresan el hecho de que todas las oraciones de un cierto tipo son verdaderas o que todas las oraciones verdaderas tienen una propiedad, por ejemplo, podemos demostrar en la teoría de la verdad la siguiente afirmación:

Todas las consecuencias de las oraciones verdaderas son verdaderas.

Sin embargo, no podemos librarnos de la palabra "verdadero" de la forma tan simple como se ha mencionado aquí.

Es más, incluso con oraciones que tenga la forma "X es verdadero", no se puede realizar una eliminación tan sencilla. En realidad, la eliminación sólo es en aquellos casos en los que el nombre de la oración de la que se dice que es verdadera aparezca en una forma que nos permita reconstruir la oración misma. Por ejemplo, nuestro conocimiento histórico actual no nos permite eliminar la palabra "verdadero" en la siguiente oración:

La primera oración que escribió Platón es verdadera.

Por supuesto, dado que tenemos una definición de la verdad, y puesto que toda definición nos permite sustituir el *definiendum* por su *definiens*, la eliminación del término "verdadero" en el sentido semántico es siempre teóricamente posible. Pero dicha eliminación no será el tipo de eliminación sencilla que se ha discutido más arriba y no consistirá en sustituir una oración en el metalenguaje por una oración en el lenguaje objeto.

No obstante, si alguien todavía quiere seguir manteniendo que -dada la posibilidad teórica de la eliminación de la palabra "verdadero" en función de su definición- el concepto de verdad es estéril, tendrá que aceptar igualmente de que todas las nociones definidas son estériles. Pero, concluir esto tiene consecuencias tan absurdas y tan carentes de fundamento histórico, que cualquier comentario al respecto se me antoja totalmente innecesario. En realidad, estoy de acuerdo con aquellos que mantienen que los momentos de mayor avance creativo en la ciencia coinciden frecuentemente con la introducción de nociones nuevas por medio de definiciones

17. La conformidad de la concepción semántica de la verdad con el uso del sentido común y el uso filosófico.

La cuestión que se plantea es si la concepción semántica de la verdad se puede considerar en realidad una forma precisa de la vieja concepción clásica de esta noción.

Se han citado varias formulaciones de la concepción clásica más arriba (sección 3). Repito que, en mi opinión, ninguna de dichas formulaciones es clara y precisa. Por lo tanto, la única forma segura de plantear la cuestión es enfrentar a los autores de aquellas afirmaciones con

²⁷ cfr. La discusión de este problema en Kokoszynska, "Über den absoluten Wahrheitsbegriff und Lenige andere semantische Begriffe" págs. 161 y ss.

nuestra nueva formulación, y preguntarles si concuerdan con sus intenciones. Desgraciadamente, este método es impracticable puesto que murieron hace algún tiempo.

Por lo que a mi respecta, no dudo que nuestra formulación se ajusta al contenido intuitivo de Aristóteles. No estoy tan seguro con respecto a las últimas formulaciones de la concepción clásica por lo imprecisas que son²⁸.

Además, se ha cuestionado si la concepción semántica refleja la noción de la verdad en su sentido común y en su uso cotidiano. Estoy absolutamente convencido de que (como ya he indicado) el significado común de la palabra "*verdadero*" - tal y como le ocurre a cualquier otra palabra del lenguaje cotidiano - es en cierta medida impreciso, y de que su uso fluctúa de alguna manera. Por lo tanto, el problema de asignar a esa palabra un significado fijo y exacto está relativamente sin especificar, además de que cualquier intento por resolver este problema implica necesariamente una cierta desviación respecto a la práctica del lenguaje cotidiano.

A pesar de ello, creo que la concepción semántica se ajusta en gran medida al uso cotidiano - aunque puedo llegar a admitir que estoy equivocado. No obstante, creo que este problema se puede plantear de forma científica, aunque, por supuesto, no mediante un procedimiento deductivo, sino con ayuda de un cuestionario estadístico. En realidad, una investigación de este tipo ya se ha llevado a cabo, y parte de los resultados se han presentado en congresos y han sido publicados²⁹.

Me gustaría destacar que, en mi opinión, dichas investigaciones se deberían llevar a cabo con un cuidado exquisito. Puesto que, si preguntamos a un estudiante de enseñanza media, o incluso a un hombre adulto inteligente que carezca de conocimientos de filosofía, si una oración es verdadera si se ajusta a la realidad, o si designa un estado existente de cosas, puede ser que simplemente no entiendan la pregunta; y por lo tanto, la respuesta que den, independientemente de lo que digan, carecerá de valor para nosotros. Pero la respuesta a la pregunta de si admiten que la oración "*está nevando*" podría ser verdadera aunque no esté nevando, o falsa, aunque estuviera nevando, sí será relevante para nosotros.

Por ello, no me sorprendió conocer el resultado obtenido (en una discusión sobre estos problemas) que de un grupo de gente a los que se les había preguntado sólo el 15% dijeron que "*verdadero*" significa para ellos "*de acuerdo con la realidad*", mientras que para el 90% una oración como "*está nevando*" es verdadera, si, y sólo si, está nevando. Por lo tanto, parece ser que la mayoría de los encuestados rechaza la concepción clásica de la verdad en su formulación "filosófica", pero aceptará esa misma concepción si se formulara en palabras simples (renunciando a la pregunta de si el uso de la frase "la misma concepción" está aquí justificada).

²⁸ La mayoría de los autores que han estudiado mi noción de verdad creen que mi definición no se ajusta a la concepción clásica de esta noción; vid, e.g. Kotarbinski, *Elementy teorii poznania*, y Scholz, *Studia Philosophica* vol. I.

²⁹ Cfr. Ness, "Truth as Conceived by Those who are not Professional Philosophers". Desgraciadamente los resultados de esa parte de la investigación de Ness que es especialmente relevante para el problema que aquí nos ocupa, no se tratan en su libro; pág. 148, n. 1.

18. La definición en relación con el problema filosófico de la verdad y sus distintas tendencias epistemológicas.

Se ha objetado que, la definición formal de la verdad no tiene nada que ver con el "problema filosófico de la verdad"³⁰. Sin embargo, nadie me ha aclarado nunca en qué consistía este problema. Se me ha informado al respecto de que mi definición, aunque señala las condiciones necesarias y suficientes para que una oración sea verdadera, no llega a captar en realidad la "esencia" de este concepto. Puesto que me siento incapaz de entender en qué consiste la "esencia" de un concepto, espero que se me disculpe por no tratar este tema más.

En general, no creo que exista "el problema filosófico de la verdad". Creo, no obstante, que existen varios problemas interesantes e inteligibles (aunque no necesariamente filosóficos) que afectan a la noción de verdad, pero entiendo también que se pueden formular con total precisión y posiblemente se pueden resolver contando con una concepción exacta de dicha noción.

Mientras que, por un lado, se le ha culpado a la definición de verdad de no ser lo suficientemente filosófica, otras de las objeciones que se le han planteado la han acusado de tener serias implicaciones filosóficas, siempre de naturaleza indeseable. Pasaré a tratar una objeción de este tipo muy especial; en la próxima sección me ocuparé de otro tipo de objeciones.

Se ha dicho que - dado que una oración del tipo "la nieve es blanca" se considera semánticamente verdadera si *en realidad* la nieve es blanca (la cursiva es del crítico) - la lógica se encuentra inmersa en el realismo menos crítico³¹.

Si tuviera la oportunidad de discutir esta objeción con su autor, destacaría dos cosas. La primera, me gustaría que abandonara las palabras "*en realidad*", que no aparecen en el original y que son engañosas, aunque no afecten para nada al contenido. Estas palabras dan la impresión de que la concepción semántica de la verdad intenta establecer las condiciones bajo las que estamos seguros de poder afirmar dicha frase, y en concreto, cualquier oración empírica. Sin embargo, un momento de reflexión nos muestra que esta impresión no es más que una mera ilusión; y temo que el autor que ha planteado esta objeción es víctima de la ilusión que él mismo ha creado.

En realidad, la definición semántica de la verdad no implica nada respecto a las condiciones en la que se puede afirmar una frase como (1):

(1) *la nieve es blanca*

Implica únicamente que, siempre que afirmemos o neguemos esta oración, tenemos que estar dispuestos a afirmar o negar la siguiente frase (2):

³⁰ Aunque he escuchado esta opinión en reiteradas ocasiones sólo la he visto publicada en una ocasión y, aunque parezca extraño, en un trabajo que no tenía un contenido filosófico -en Hilbert y Bernays, "Grundlagen der Mathematik", vol. II, pág. 269 (donde por cierto no aparece como una crítica). Por otro lado, no he encontrado ningún comentario al respecto en las discusiones de mi trabajo realizadas por filósofos profesionales (cf. n. 1).

³¹ Cfr. Gonseth, "Le Congrès Descartes", págs, 187 y ss.

(2) *la oración "la nieve es blanca" es verdadera.*

Por lo tanto, podemos aceptar la concepción semántica de la verdad sin tener que renunciar a cualquier actitud epistemológica que tuviéramos previamente; podemos seguir siendo realistas infantiles, realistas críticos o idealistas, empiristas, o metafísicos -. La concepción semántica es totalmente neutral a estos temas.

En segundo lugar, intentaré recaudar más información respecto a la concepción de la verdad que (en opinión del autor de esta objeción) no implica la lógica en el realismo más infantil. Creo que esta concepción debe ser incompatible con la concepción semántica. Por ello, debe haber oraciones que sean verdaderas en una de estas concepciones sin serlo en otra. Supongamos que la oración (1) es de este tipo. La verdad de esta oración según la concepción semántica se define mediante una equivalencia de la forma (T):

La oración "la nieve es blanca" es verdadera, si y sólo si, la nieve es blanca.

Según la nueva concepción, tenemos que rechazar esta equivalencia, y, por lo tanto, tenemos que asumir su negación:

La oración "la nieve es blanca" es verdadera si, y sólo si, la nieve es blanca (o quizás: la nieve no es, en realidad, blanca).

Esto suena un tanto paradójico. No considero que esta consecuencia de la nueva concepción sea un absurdo; pero me temo que en el futuro se considere que tenga implicaciones lógicas del "tipo más sofisticado de irrealismo".

Me he extendido un poco en esta cuestión no porque la objeción que se me ha planteado me parezca muy significativa, sino porque aquellos que, por distintas razones epistemológicas se sientan inclinados a rechazar la concepción semántica de la verdad, tengan en cuenta algunos puntos que han salido a relucir a lo largo de la discusión.

19. Los elementos metafísicos incluidos en la semántica

A veces se ha acusado a la concepción semántica de la verdad de llevar implícitos ciertos elementos metafísicos. Este tipo de objeciones no se le han planteado únicamente a la teoría de la verdad, sino a todo el campo de la semántica teórica³².

No pretendo discutir el problema general de si la introducción de un elemento metafísico en la ciencia es o no objetable. Lo único que me interesa a este respecto es saber en qué sentido está implicada la metafísica en el tema que ahora nos ocupa.

Evidentemente todo este problema depende de lo que uno entienda por "metafísica". Desgraciadamente, se trata de una noción extremadamente vaga y equívoca. Siempre que se escuchan discusiones sobre este tema, uno tiene la impresión de que el término "metafísico" ha perdido todo tipo de significado objetivo, y se utiliza únicamente como una especie de menosprecio filosófico profesional.

³² V. Nagel, reseña de Hofstadten, "On Semantics Problems" y reseña de Carnap, Introduction to Semantics, págs. 471 y ss. Un comentario que ahonda en el mismo tema se puede encontrar en Weinberg, Revista de Studia Philosophica, vol I, pág 77; cfr, no obstante, págs. 77 y ss

Para algunos, la metafísica es una teoría general de los objetos (ontología) - una disciplina que tiene que desarrollarse en un sentido puramente empírico, y que se diferencia de otras ciencias empíricas exclusivamente por su generalidad. Dudo que una disciplina tal exista en realidad (algunos cínicos afirman que en filosofía es normal bautizar a los nonatos); pero creo que en cualquier caso, la metafísica dista de esta manera no se la puede censurar a nadie, y apenas tiene que ver con la semántica.

Para la mayoría, no obstante, el término "metafísico" se utiliza directamente en oposición - en un sentido o en otro - al término "empírico"; de cualquier forma, hay que destacar que lo utilizan en este sentido todos aquellos a los que les perturba el que algún elemento metafísico logre infiltrarse en la ciencia. Esta concepción general de la metafísica adopta otras formas más específicas.

Algunos detectan elementos metafísicos en la ciencia siempre que se utilicen métodos de investigación que no sean ni deductivos ni empíricos. Sin embargo, no se ha encontrado ni rastro de este síntoma en el desarrollo de la semántica (a no ser que detecten elementos metafísicos en el lenguaje objeto al que las nociones semánticas se refieren). En concreto, la semántica de los lenguajes formalizados se elabora siguiendo un método puramente deductivo.

Para otros, el carácter metafísico de una ciencia depende principalmente de su vocabulario y, más concretamente, de sus términos primitivos. Por ello, se dice que un término es metafísico siempre que no sea un término lógico o matemático, o si no está asociado a un procedimiento empírico que nos permita decidir si dicho término denota una cosa o no. Con respecto a esta visión de la metafísica baste recordar que el metalenguaje incluye sólo tres tipos de términos no definidos: (1) los términos tomados de la lógica, (2) los términos del lenguaje objeto correspondiente, y (3) los nombres de expresiones en el lenguaje objeto. Es obvio, por lo tanto, que no aparecen en el metalenguaje términos metafísicos no definidos (de nuevo, hay que insistir, a no ser que dichos términos aparezcan en el lenguaje objeto)

No obstante, hay quien cree, a pesar de que no haya términos metafísicos entre los términos primitivos de un lenguaje, que pueden ser introducidos mediante definiciones; esto es, definiciones que no consiguen proporcionarnos un criterio general para decidir si un objeto cae bajo el concepto definido. Se dice que el concepto "*verdadero*" pertenece a este tipo, puesto que no existe un criterio universal de verdad que se siga directamente de la definición de dicho término, y puesto que por regla general se cree (y en cierto sentido se puede probar) que nunca se encontrará dicho criterio. Este comentario sobre el carácter real de la definición de este término parece totalmente justo. Sin embargo, hay que destacar que la noción de verdad no se diferencia, en este sentido, de otras definiciones lógicas, matemáticas, o de otras nociones teóricas de algunas ciencias empíricas, por ejemplo, la física teórica.

En general, se puede afirmar que el término "metafísico" se utiliza en un sentido tan amplio que abarca ciertas nociones (o métodos) de la lógica, las matemáticas, o las ciencias empíricas, y que terminarán aplicándose *a fortiori* a las nociones semánticas. En realidad, tal y como se ha dicho en la primera parte de este escrito, en el desarrollo de la semántica de un lenguaje utilizamos todas las nociones de este lenguaje, y se aplica un aparato lógico incluso más potente del que se utiliza en el lenguaje mismo. Por otro lado, no obstante, resumiré los

argumentos dados más arriba diciendo que en ninguna de las interpretaciones del término "metafísico" que conozco y que son más o menos inteligibles, la semántica implica algún elemento metafísico propio.

Me gustaría hacer un último comentario con respecto a este grupo de objeciones. La historia de la ciencia muestra numerosos ejemplos de conceptos a los que se han calificado de metafísicos (en un sentido laxo, pero, siempre despectivo) antes de que se definiera de forma precisa su significado; pero, una vez que se le dotó de una definición formal y precisa, el recelo que despertaba desapareció. Como ejemplos típicos, baste mencionar los conceptos de los números negativos y los imaginarios en las matemáticas. Me temo que al concepto de verdad, así como a otros conceptos semánticos les espera un destino similar, y me parece que aquellos que los han descartado por sus supuestas implicaciones metafísicas deberían alegrarse porque ahora contamos con definiciones precisas de estos conceptos. Si, por consiguiente, los conceptos semánticos pierden interés filosófico, compartirán el destino de muchos otros conceptos de la ciencia, y esta necesidad no da pie a un lamento.

20. La aplicabilidad de la semántica a las ciencias empíricas especiales

Llegamos al último grupo, y quizás más importante, de las objeciones que se me han planteado. Se han expresado fuertes dudas sobre si las nociones semánticas pueden o no tener implicaciones en distintos dominios de la actividad intelectual. En gran parte dichas dudas se referían a la aplicabilidad de la semántica al campo de las ciencias empíricas, bien sea a las ciencias específicas o a la metodología general de este campo; aunque hay que señalar que el mismo escepticismo ha surgido al plantearse la posible aplicación de la semántica a las ciencias matemáticas y a su metodología.

Creo que es posible aliviar estas dudas en cierta medida, y que hay espacio para un cierto optimismo por lo que se refiere al valor potencial de la semántica aplicada a distintos dominios del pensamiento.

Para justificar este optimismo, baste recalcar varios puntos. Primero, el desarrollo de una teoría que formula una definición precisa de una noción y establece sus propiedades generales proporciona *eo ipso* una base firme para todas las discusiones en las que esta noción esté implicada, y, por lo tanto, no puede ser irrelevante para nadie que utilice esta noción y que desee hacerlo de forma consciente y consistente. En segundo lugar, las nociones semánticas están en realidad implicadas en varias ramas de la ciencia, y en concreto de las ciencias empíricas.

El hecho de que en la investigación empírica trabajemos únicamente con lenguajes naturales, y que la semántica teórica se aplique a estos lenguajes sólo con cierta aproximación no afecta al problema de forma esencial. Sin embargo, indudablemente tiene este efecto y el progreso en la semántica tendrá una influencia aplazada y de alguna forma limitada en este campo. La situación a la que nos enfrentamos no difiere de forma esencial de la que se plantea cuando se aplican las leyes de la lógica a los argumentos de la vida cotidiana o, de forma general, siempre que intentamos aplicar una ciencia teórica a los problemas empíricos.

Las nociones semánticas están sin duda presentes, en mayor o menor grado, en la psicología, la sociología, y prácticamente en todas las humanidades. Por ello, un psicólogo

define el denominado coeficiente de inteligencia en términos del número de respuestas verdaderas (correctas) y falsas (incorrectas) dadas por un individuo a un cuestionario; para un historiador de la cultura el rango de objetos para los que una raza humana en estadios sucesivos de su desarrollo posee *designaciones* adecuadas puede ser un tópico de gran significado; un estudiante de literatura podría estar muy interesado en si un autor utiliza siempre dos palabras dadas con el mismo *significado*. Este tipo de ejemplos se pueden multiplicar hasta el infinito.

El dominio más natural y prometedor para las aplicaciones de la semántica teórica es claramente la lingüística - el estudio empírico de los lenguajes naturales. Algunas partes de esta ciencia incluso se denominan "semántica" a veces con una calificación adicional. Se aplica este nombre a la parte de la gramática que intenta clasificar todas las palabras de una lengua en partes del discurso, teniendo en cuenta lo que las palabras signifiquen o designen. Al estudio de la evolución de los significados en el desarrollo histórico de una lengua se le denomina con frecuencia "semántica histórica". En general, a la totalidad de las investigaciones sobre las relaciones semánticas que aparecen en un lenguaje natural se le denomina "semántica descriptiva". La relación entre la semántica teórica y la descriptiva es similar a la que existe entre las matemáticas puras y las matemáticas aplicadas, o quizá a la relación que existe entre la física teórica y la empírica; el papel de los lenguajes formalizados en semántica se puede comparar *grosso modo* con el de los sistemas aislados en física.

No es necesario mencionar que la semántica no puede encontrar ninguna aplicación directa en las ciencias naturales, tales como la física, la biología, etc.; puesto que ninguna de estas ciencias se ocupa de los fenómenos lingüísticos, y mucho menos de las relaciones semánticas entre expresiones lingüísticas y los objetos a los que dichas expresiones se refieren. Veremos, no obstante, en la siguiente sección cómo la semántica puede tener una cierta influencia indirecta incluso en ciencias en las que las nociones semánticas no están directamente implicadas.

21. La aplicabilidad de la semántica a la metodología de las ciencias empíricas.

A parte de la lingüística, otro campo importante de posible aplicación de la semántica es la metodología de la ciencia; este término se emplea aquí en un sentido extenso que abarca la teoría de la ciencia en general. Independientemente de si se concibe a una ciencia como un mero sistema de proposiciones o como la totalidad de ciertas proposiciones y actividades humanas, el estudio de un lenguaje científico constituye una parte esencial de la discusión metodológica de una ciencia. Por lo que a mí respecta, toda tendencia que pretenda eliminar las nociones semánticas (como las de verdad o designación) harían que esta discusión fuera fragmentaria e inadecuada³³. Además, en la actualidad no hay ninguna razón que nos obligue a seguir esa tendencia, una vez que se han superado las principales dificultades en lo que a la utilización de los términos semánticos se refiere. La semántica de los lenguajes científicos debería simplemente incluirse como una parte de la metodología de la ciencia.

³³ Tal tendencia se pudo ver en la obra más temprana de Carnap (vid. Carnap Logical Syntax of Language, especialmente la parte V) y en algunos escritos de otros miembros del Círculo de Viena. Cfr. Kokoszynska, "Syntax, Semantik und Wissenschaftslogik" y Weinberg, Revista de Studia Philosophica, vol I.

No tengo la intención de hacer recaer sobre la metodología y, especialmente, sobre la semántica -ya sea teórica o descriptiva-, la tarea de clarificar el significado de todos los términos científicos. Esta tarea está reservada a aquellas ciencias en las que se hace uso de dichos términos, y es una tarea que esas ciencias cumplen (de la misma forma que, por ejemplo, la semántica es la encargada de clarificar el significado del término "verdadero" y es la que, de hecho, lleva a cabo dicha función). No obstante, podrían surgir algunos problemas de este tipo, siempre que sea deseable, e incluso necesario, un acercamiento metodológico (quizá, el problema de la noción de causalidad sea un buen ejemplo en este caso); y en cualquier discusión metodológica sobre dichos problemas las nociones semánticas pueden desempeñar un papel esencial. De ahí que la semántica pueda tener algo que ver con cualquier ciencia.

La cuestión que nos planteamos es si la semántica puede ser útil a la hora de resolver problemas generales y, por así decirlo, clásicos de la metodología. Me gustaría detenerme aquí en un aspecto de esta cuestión que considero de suma importancia.

Uno de los problemas principales de la metodología de las ciencias empíricas consiste en establecer las condiciones en las que una teoría empírica o una hipótesis debería ser aceptable. Esta noción de aceptabilidad debe relativizarse teniendo en cuenta el grado de desarrollo de una ciencia (o dada una cantidad de conocimiento). En otras palabras, podríamos considerarlo como algo que no es dado mediante un marcador temporal; puesto que una teoría que es aceptable hoy puede volverse insostenible mañana a la vista de los nuevos descubrimientos científicos.

A priori, parece plausible que la aceptabilidad de una teoría dependa en cierta medida de la verdad de sus proposiciones, y que, en consecuencia, un experto en metodología en sus (hasta ahora poco exitosos) intentos por conseguir que la noción de aceptabilidad sea una noción precisa puede esperar cierta ayuda de la teoría semántica de la verdad. Por lo tanto, cabe plantear la siguiente pregunta: ¿existe algún postulado que se pueda aplicar razonablemente a las teorías aceptables y que implique la noción de verdad? Y, en concreto, nos preguntamos si el siguiente postulado es un postulado razonable:

Una teoría aceptable no puede contener (o implicar) ninguna proposición falsa.

La respuesta a la última cuestión es evidentemente negativa. Puesto que, en primer lugar, estamos absolutamente seguros, dada la experiencia que nos brinda la historia, de que cualquier teoría empírica que se acepte hoy en día podría ser rechazada más tarde o más temprano, y podría asimismo verse reemplazada por otra teoría. Es también muy probable que la nueva teoría sea incompatible con la anterior, por ejemplo, que implique una proposición que esté en abierta contradicción con una o varias de las proposiciones de la antigua teoría. Por lo tanto, tenemos que admitir que por lo menos una de las dos teorías contiene proposiciones falsas, a pesar de que cada una de ellas haya sido aceptada durante un cierto período de tiempo. En segundo lugar, el postulado en cuestión casi nunca podría satisfacerse en la práctica, puesto que desconocemos, y es poco probable que encontremos, un criterio de verdad que nos permita demostrar que ninguna proposición de la teoría empírica es falsa.

El postulado en cuestión podría considerarse como mucho la expresión de un límite ideal para teorías posteriores más adecuadas en un campo dado de la investigación; pero apenas se le puede dotar de un significado preciso.

No obstante, me parece que existe un postulado importante que se puede aplicar de forma razonable a aquellas teorías empíricas aceptables, y que implica la noción de verdad. Está íntimamente relacionado con el que acabamos de discutir, pero es esencialmente más débil. Si tenemos en cuenta que la noción de aceptabilidad viene acompañada de un marcador temporal el postulado puede tomar la siguiente forma:

Tan pronto como se demuestre que una teoría empírica contiene (o implica) proposiciones falsas, hay que dejar de considerarla aceptable.

En apoyo de este postulado, conviene añadir:

En primer lugar, creo que todo el mundo estará de acuerdo conmigo en que una de las razones que nos obligan a rechazar una teoría empírica es la prueba de su inconsistencia: una teoría se vuelve insostenible si conseguimos que de ella se deduzcan dos proposiciones contradictorias. Ahora tendremos que preguntarnos cuáles son las razones que nos hacen rechazar una teoría por esos motivos. Aquellos que tengan algún tipo de conocimiento de la lógica moderna se inclinarán a contestar a esta pregunta con la siguiente respuesta: una ley lógica bien conocida muestra que una teoría que nos permite obtener dos proposiciones contradictorias nos permite también obtener cualquier proposición; por lo tanto, dicha teoría es trivial y carece de interés científico.

Ignoro si esta respuesta contiene un análisis adecuado de la situación. Creo que aquellos que desconozcan la lógica moderna estarán tan poco inclinados a aceptar una teoría inconsistente como aquellos que estén totalmente familiarizados con ella; y probablemente esto se podrá aplicar también a aquellos que consideren (tal y como algunos todavía lo hacen) la ley lógica en la que se basa el argumento un tema muy controvertido, e incluso una paradoja. No creo que nuestra actitud hacia una teoría inconsistente cambiaría, incluso si por alguna razón decidiéramos debilitar nuestro sistema lógico y privarnos de la posibilidad de deducir cada proposición de una de las dos proposiciones contradictorias.

En mi opinión, la verdadera razón que da cuenta de nuestra actitud es de otra índole. Sabemos (aunque sólo sea de forma intuitiva) que una teoría inconsistente contiene proposiciones falsas; y no nos sentimos inclinados a considerar aceptable ninguna teoría que se haya demostrado que contiene este tipo de proposiciones.

Existen distintos métodos que nos permiten comprobar si una teoría dada contiene o no proposiciones falsas. Alguno de estos métodos se basa puramente en las propiedades lógicas de la teoría en cuestión; el método del que acabamos de tratar (a saber, el de la prueba de la inconsistencia) no es el único método de este tipo, pero si es el más sencillo, y se trata de un método que se aplica en la práctica con bastante frecuencia. Con la ayuda de algunos presupuestos con respecto a la verdad de las proposiciones empíricas, podemos obtener métodos que tengan los mismos efectos y que no sean exclusivamente de naturaleza lógica. Si decidimos aceptar el postulado general propuesto más arriba la aplicación exitosa de un método de este tipo hará que la teoría sea insostenible.

22. Aplicaciones de la semántica a la ciencia deductiva

Por lo que se refiere a la aplicabilidad de la semántica a la matemática y a su metodología, esto es, a la metamatemática, nos encontramos en una posición más favorable que en el caso de las ciencias empíricas. Porque, en vez de proponer razones que justifiquen las esperanzas que se albergan para el futuro (haciendo así una especie de propaganda pro-semántica) podemos mostrar ya los resultados concretos que se han logrado.

Todavía siguen planteándose dudas sobre si la noción de una oración verdadera - en tanto que distinta de una oración deducible - puede tener algún significado para las disciplinas matemáticas y desempeñar algún papel en la discusión metodológica de las matemáticas. Sin embargo, creo que justamente esta noción de la oración verdadera constituye la contribución más valiosa de la semántica a la metamatemática. Contamos ya con toda una serie de resultados metamatemáticos interesantes obtenidos con la ayuda de la teoría de la verdad. Estos resultados se refieren a las relaciones mutuas entre la noción de verdad y la de demostrabilidad; establecen nuevas propiedades sobre esta última noción (que, en tanto que bien conocida, es una de las nociones básicas de la metamatemática); y arroja algo de luz sobre los problemas fundamentales de la consistencia y la completud. Los resultados más significativos han sido ya discutidos brevemente en la sección 12³⁴.

Además, al aplicar el método de la semántica podemos definir de forma adecuada varias nociones metamatemáticas importantes que se han utilizado hasta ahora sólo de forma intuitiva - por ejemplo, la noción de definibilidad o la de modelo de un sistema axiomático; y gracias a ello se puede llevar a cabo un estudio sistemático de estas nociones. En concreto, las investigaciones realizadas sobre la definibilidad han aportado ya resultados interesantes y son muy prometedoras de cara al futuro³⁵.

Hemos discutido las aplicaciones de la semántica únicamente a la metamatemática, y no a las matemáticas propiamente dichas. Pero, esta distinción entre la matemática y la metamatemática carece de importancia ya que la metamatemática es una disciplina deductiva y por lo tanto, desde un cierto punto de vista, parte de la matemática; y como es bien sabido - dado el carácter formal del método deductivo - los resultados obtenidos en una disciplina deductiva se pueden extender automáticamente a cualquier otra disciplina en la que dichos resultados puedan ser interpretados. De tal forma que todos los resultados

³⁴ Para otros resultados obtenidos con ayuda de la teoría de la verdad, vid. Gödel. "Über die Länge von Beweisen"; Tarski, "Der Wahrheitsbegriff den formalisierten Sprachen" págs. 401 y ss; y Tarski "On Undecidable Statements", pág. 111 y ss.

³⁵ Se dice que un objeto -por ejemplo, un número o un conjunto de números- es definible (dado un formalismo) si hay una función que lo defina; cf. N. 20. El término "definible", aunque sea de origen (semántico) metamatemático es puramente matemático en toda su extensión, puesto que expresa una propiedad (denota una clase) de objetos matemáticos. En consecuencia, la noción de definibilidad se puede redefinir en términos puramente matemáticos, aunque no dentro de una disciplina formalizada a la que se refiera esta noción; sin embargo, la idea fundamental de definición permanece inalterable. Cf. aquí y para otras referencias bibliográficas Tarski, "Sur les Esembles définissables de nombres réels"; se pueden encontrar otras aportaciones sobre la definibilidad en Hilbert y Benays, "Grundlage der Mathematik" vol I, págs 354 y ss, 369 y ss, 456 y ss, etc., y en Lindenbaum y Tarski, "Über die Beschänktheit der Ausdrucksmittel deduktiver Theorien". Cabe destacar que el término "definible" se utiliza a veces en otro sentido matemático (pero no semántico); por ejemplo cuando se dice que un término es definible en otros términos (según un sistema axiomático dado). Para la definición de modelo de un sistema axiomático, vid. Tarski "Über den Begriff den logischen Folgerung".

metamatemáticos se pueden interpretar como resultados de la teoría de números. Además, desde un punto de vista práctico, no existe una línea divisoria clara entre la metamatemática y la matemática propiamente dicha; por ejemplo, las investigaciones sobre la definibilidad podrían incluirse en cualquiera de estos dos campos.

23. Comentarios finales

Me gustaría terminar esta discusión con algunos comentarios de carácter más general y algo imprecisos sobre la cuestión de la evaluación de los logros científicos en términos de su aplicabilidad. He de confesar que se me han planteado varias dudas al respecto.

Al ser matemático (además de lógico y, en cierto sentido, filósofo), he tenido la oportunidad de asistir a multitud de debates entre especialistas en matemáticas, donde el problema de la aplicabilidad es especialmente grave, y he detectado en varias ocasiones el siguiente fenómeno: si un matemático quiere desprestigiar el trabajo de uno de sus colegas, llamémoslo A, la forma más eficaz de hacerlo es preguntarle sobre la aplicabilidad de los resultados obtenidos. El hombre presionado, con el pecho entre la espada y la pared, desentierra las investigaciones de otro matemático, B, como el lugar de aplicación de sus propios resultados. Si a este segundo matemático se le plantea una pregunta similar se referirá a otro matemático, C. Tras repetir este procedimiento varias veces, se vuelve a las investigaciones del primer matemático, A, y sólo de esta forma se cierra el círculo.

Hablando con más seriedad, no tengo la intención de negar que el valor del trabajo realizado por un individuo puede verse aumentado por sus implicaciones para las investigaciones de otros y para la práctica. Pero, no obstante, creo que es perjudicial para el progreso de la ciencia medir la importancia de cualquier trabajo de investigación exclusiva o principalmente en términos de su utilidad y aplicabilidad. Sabemos, gracias a la historia de la ciencia, que muchos resultados importantes así como descubrimientos han tenido que esperar siglos antes de que se les encontrara aplicación alguna en un campo. Además, creo que hay otros factores importantes que no hay que menospreciar a la hora de determinar el valor de un trabajo científico. Me parece que existe un dominio especial de necesidades humanas muy poderosas y profundas relacionadas con la investigación científica, que son muy similares a las necesidades estéticas e incluso a las necesidades religiosas. Por lo tanto, entiendo que el satisfacer dichas necesidades debería considerarse una labor importante de la investigación. Por lo tanto, la cuestión sobre el valor de cualquier investigación no se puede responder de forma adecuada sin tener en cuenta la satisfacción intelectual que los resultados de una investigación aportan a aquellos que la comprenden y les importa. Puede que resulte impopular y pasado de moda el afirmarlo - pero no creo que un resultado científico que nos proporciona un mejor entendimiento del mundo y que lo convierte en algo más armonioso a nuestros ojos debería ser menos estimado que, digamos, un invento que reduzca el coste de las carreteras asfaltadas o que mejore las cañerías de nuestros hogares.

Está claro que todas estas observaciones carecen de sentido si la palabra "aplicación" se utiliza en un sentido amplio y liberal. Quizá es menos obvio el decir que no se deduce nada de estas observaciones generales respecto al tema específico del que nos hemos ocupado en este escrito; y realmente ignoro si la investigación en el campo de la semántica se va a beneficiar o no del criterio de valor que acabo de proponer.

REFERENCIAS

- Aristóteles. *Metaphysica*. (Works, VOL. VIII.) English trans. W. D. Ross. Oxford, 1908.
- Carnap, R. *Logical Syntax of Language*. London and New York, 1937.
- Carnap, R. *Introduction to Semantics*. Cambridge, 1942.
- Gödel, K. "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I" *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol. XXXIII, 1931, pp.173-98.
- Gödel, K. "Über die Länge von Beweisen." *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, vol. VII, 1936, pág. 23-4.
- Gonseth, F. "Le Congrès Descartes. Questions de Philosophie scientifique." *Revue thomiste*, vol. XLIV, 1938, pp. 183-93.
- Grelling, K. and Nelson, L. "Bemerkungen zu den Paradoxien von Russell und Burali-Forti." *Abhandlungen der Fries'schen Schule*, vol.II (new series), 1908, pp.301-34.
- Hilbert, D., and Bernays, P. *Grundlagen der Mathematik*. 2 vols. Berlin, 1934-9.
- Hofstadter, A. "On Semantic Problems." *Journal of Philosophy*, vol. XXXV, 1938, pp.225-32.
- Juhos, B. von. "The Truth of Empirical Statements." *Analysis*, vol. IV, 1937, pp.65-70.
- Kokoszynska, M. "Über den absoluten Wahrheitsbegriff und einige andere semantische Begriffe." *Erkenntnis*, vol. VI, 1936, pp.143-65.
- Kokoszynska, M. "Syntax, Semantik und Wissenschaftslogik." *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, vol.III, Paris, 1936, pp.9-14.
- Kotarbinski, T. *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*. (Elements of Epistemology, formal Logic, and the Methodology of Sciences, in Polish.) Lwów, 1929.
- Kotarbinski, T. "W sprawie pojęcia prawdy." ("Concerning the Concept of Truth," in Polish.) *Przegląd filozoficzny*, vol. XXXVII, 1935, pp.85-91.
- Lindenbaum, A., and Tarski, A. "Über die Beschränktheit der Ausdrucksmittel deduktiver Theorien." *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, vol. VII, 1936, pp.15-23.

- Nagel, E. Review of Hofstadter, "On Semantic Problems." *Journal of Symbolic Logic*, vol.III, 1938, p.90.
- Nagel, E. Review of Carnap, *Introduction to Semantics*. *Journal of Philosophy*, vol. XXXIX, 1942, pp. 468-73.
- Ness, A. "'Truth' as Conceived by Those who Are Not Professional Philosophers." *Skrifter utgitt av Det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo, II Historisk-Filosofisk Klasse*, vol. IV, Oslo, 1938.
- Neurath, O. 'Erster Internationaler Kongress für Einheit der Wissenschaft in Paris 1935.' *Erkenntnis* vol. V, 1935, pp.377-406.
- Russell, B. *An Inquiry into Meaning and Truth*. New York, 1940.
- Scholz, H. Review of *Studia Philosophica*, vol.I. *Deutsche Literaturzeitung*, vol. LVIII, 1937, pp.1914-17.
- Tarski, A. "Sur les ensembles définissables de nombres réels. I." *Fundamenta mathematicae*, vol. XV 1931, pp.210-39.
- Tarski, A. "Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen." (German translation of a book in Polish, 1933.) *Studia Philosophica*, vol.I, 1935, pp.261-405.
- Tarski, A. "Grundlegung der Wissenschaftlichen Semantik." *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, vol.III, Paris, 1936, pp.1-8.
- Tarski, A. "Über den Begriff der logischen Folgerung." *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, vol. VII, Paris, 1937, pp.1-11.
- Tarski, A. 'On Undecidable Statements in Enlarged Systems of Logic and the Concept of Truth' *Journal of Symbolic Logic*, vol. IV, 1939, pp.105-12.
- Tarski, A. *Introduction to Logic*. New York, 1941.
- Weinberg, J. Review of *Studia Philosophica*, vol.I. *Philosophical Review*, vol. XLVII, 1939, pp 70-77