

Le vel de l'aliénation

et son articulation commune en logique classique

Nous allons donner la formule symbolique et très classique de la disjonction qualifiée par Lacan comme vel, propre à l'aliénation.

La définition d'abord, moins connue d'avoir été peu aperçue des auditeurs, puis des lecteurs, de Lacan, tant ils sont les uns comme les autres, nuls, ignorants ou inattentifs, ce qui revient au même, en matière de logique.

Nous expliquerons alors pourquoi la logique c'est : sexe, la sexuation qui va jusqu'aux formules dites : côté OM et côté femmes.

Définition :

"Une différence morganiennne d'aspect, s'anime de ce qu'un choix forcé la rende dissymétrique."

J. Lacan "*La logique du fantasme* COMPTE RENDU DU SÉMINAIRE 1966-1967"
Écrits autres p.323 Seuil, 2001 Paris

Puis l'exemple princeps donné par Lacan lui même, que l'on rabâcher à qui mieux mieux sans l'analyser comme il se doit. Il s'agit de l'expression entendue comme une question à laquelle un bandit prétend soumettre un honnête homme, au coin d'un bois : "La bourse ou la vie?".

Il ne s'agit, dans cette alternative qui feint de donner le choix, ni de la disjonction inclusive, ni de la disjonction exclusif, telles qu'elles sont définies par la logique canonique classique, désormais LCC, et dont les tables de vérité permettent de tenir une définition et d'entreprendre des calculs enfin¹.

p	q	(p ∨ q)	(p ≠ q)
v	v	v	f
v	f	v	v
f	v	v	v
f	f	f	f

La première disjonction est notée de manière usuelle (p ∨ q), la seconde de façon courante (p ≠ q).

Cette dernière n'est que la négation de l'équivalence matérielle, soit la différence, la petite pas la grande (nous définirons plus loin la grande différence, celle qui s'oublie). La petite différence, pas si simple en logique classique, elle a beau n'être que la négation de l'équivalence, la non équivalence, n'en déplaît aux esprits forts qui veulent épater la galerie, elle a ses pièges. C'est pourquoi nous ne comprenons pas pourquoi certain veut en faire le vel aliénant, comme si celle-ci, la petite différence pouvait faire l'affaire.

¹ Cette coutume paraîtra curieuse, faire de la logique intuitivement comme on dit, ça veut dire : au pif. Comme si la logique se comprenait d'elle même. Curieuse expression : "elle se comprend" quand je prétend la comprendre, "d'elle même" cela ne veut pas dire que la logique se comprend, mais voudrait dire que quelqu'un la comprend, moi. Je comprend la logique donc..., donc pas besoin de l'étudier, double donc pour convaincre.

Nous allons procéder selon une marche ordonnée en donnant dès maintenant la définition symbolique du vel dont il est question dans la définition et l'exemple qui précédent, ceci, sans plus d'explications, pourra paraître excessif, voir décevant à certains, mais permettra de ne pas oublier de ce scandaliser quand chacun verra où il pose les pieds. Puis, alors seulement, nous donnerons les raisons et surtout nous montrerons qu'elle est nécessaire aux logiciens², mais où, voilà la question dans quelles circonstances.

Commençons par donner ici la définition du vel de l'aliénation.

1. Définition symbolique du vel aliénant

Le vel de l'aliénation est un connecteur classique
 $(p \neq q)$

assez peu remarqué et commenté dont voici la table de vérité.

p	q	$(p \neq q)$
v	v	f
v	f	f
f	v	v
f	f	f

C'est sa définition. Il est l'abréviation de l'expression formée par les seuls connecteurs primitifs de la négation et de la disjonction non exclusive classique

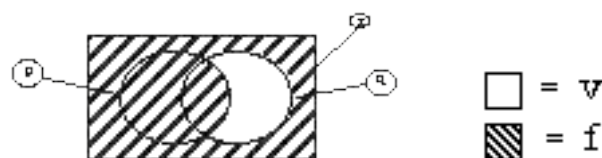
$$(p \neq q) = \neg (p \vee \neg q)$$

déf

ce qui signifie que la phrase "la bourse ou la vie" peut s'écrire :
 "la bourse \neq la vie"

dans ce type d'écriture silencieuse où la parole se perd mais où nous gagnons en écriture selon le principe d'inertie que nous appellerons structure du langage pour ceux à qui ça chante de s'essayer à un peu de rigueur au lieu du bafouillage ordinaire, le temps d'une chanson.

Donnons encore son diagramme à la manière de Euler et de Venn,



$$(p \neq q)$$

où les zones et les valeurs se réfèrent à la table,

- les zones correspondant au changement dedans (v) dehors (f) à chaque fois qu'un cercle noté p ou q est franchi et
- les valeurs choisies selon le code qui accompagne ce dessin.

² Ce sera l'occasion de montrer le génie didactique de Lacan qui à produit comme exemple ce vel dans un cas synthétique *a priori* alors qu'il s'agit de manière courante d'un opérateur analytique *a priori*, ce à quoi personne ne pense, c'est fait comme pour se moquer des prétendus logiciens.

Montrons maintenant que ce connecteur répond bien à la définition du vel de l'aliénation citée plus haut, celle qui est donnée par Lacan dans son compte rendu du séminaire "La logique du fantasme".

2. Explications dans LCC et monstration dans son métalangage

Nous reprendrons cette définition termes à termes et nous le ferons en montrant du même geste où cette question se trouve nécessaire en logique canonique classique. Commençons par reprendre, toujours très classiquement, la différence symétrique déjà rencontrée et l'implication matérielle, parmi les connecteurs binaires de cette logique commune dans la science.

2.1. L'aspect morganien des connecteurs

Nous qualifierons ces connecteurs de morganiens d'aspect du fait qu'ils sont tous soumis au type de dualité dont on retient les formules caractéristiques, entre la disjonction et la conjonction, sous le titre des lois de De Morgan, associées au nom d'un logicien anglais. La fameuse pseudo distributivité de la négation par rapport à ces deux connecteurs qui échangent leur fonction respective dans cette dualité.

$$\begin{aligned}\neg (p \wedge q) &\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \\ \neg (p \vee q) &\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)\end{aligned}$$

Ceux sont deux thèses de notre système formel $(L_2, T_2)^3$ pour le calcul des propositions ou des concepts (désormais C.P.).

Nous retrouvons cet aspect morganien à l'occasion de la différence symétrique et de l'équivalence, puisque nous disposons d'autres thèses comme,

$$\begin{aligned}\neg (p \not\equiv q) &\Leftrightarrow (\neg p \equiv \neg q) \\ \neg (p \equiv q) &\Leftrightarrow (\neg p \not\equiv \neg q)\end{aligned}$$

différence symétrique qui peut donc bien être dite différence morganienne d'aspect comme l'implication matérielle peut être dite implication morganienne d'aspect, puisqu'elle est duale de notre connecteur qui écrit, selon nous, le vel de l'aliénation, soit la négation de l'implication réciproque $(p \not\equiv q)$, dont nous voulons l'établir de la définition symbolique, ces deux connections vérifient les lois de De Morgan suivantes,

$$\begin{aligned}\neg (p \Rightarrow q) &\Leftrightarrow (\neg p \not\equiv \neg q) \\ \neg (p \not\equiv q) &\Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q).\end{aligned}$$

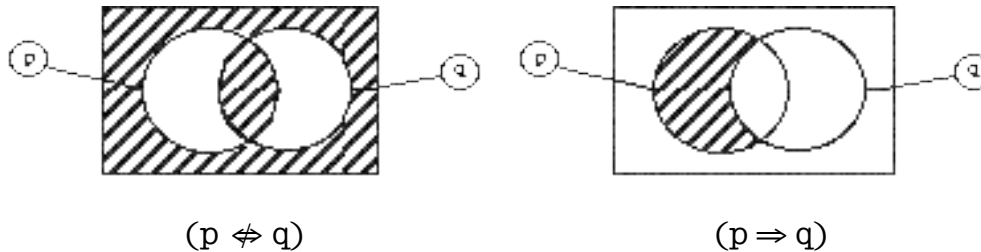
2.2. Deux connecteurs classiques préalables

Commençons par donner les diagramme à la mode de Euler Venn des deux connecteurs morganien qui vont nous intéresser dans notre

³ Le lecteur trouvera la construction effective de la logique canonique classique et de la théorie des ensembles en trois coups (L_2, T_2) et (L_1, T_1) , puis (L_0, T_0) dans un volume parmi nos fascicules de résultats en topologie destinés aux lecteurs de Lacan et de Freud, il s'agit de *Nons.*, n°0 (Logique, théorie des ensembles et topologie générale).

commentaire des couples classiques de la logique. Le couple formé par l'affirmation et la négation, l'autre par le Vrai et le Faux.

Il s'agit de la différence symétrique et de l'implication matérielle. Voici ces diagrammes



Ces diagrammes sont les transcriptions graphiques des tables qui définissent ces deux connecteurs, nous les donnons ici.

p	q	$(p \Rightarrow q)$	$(p \neq q)$
v	v	v	f
v	f	f	v
f	v	v	v
f	f	v	f

Nous invitons le lecteur à réfléchir et prendre le temps d'apprécier ces deux définitions.

2.3. Le couple affirmation/négation

Il s'agit de deux termes qui relève de la syntaxe d'abord, ils ont une signification ensuite, c'est ce qui produit des glissements d'appréciation et de lecture chez les gens pressés comme les fruits pour faire de la confiture. La *presse* en somme qui donne la *marmelade* en logique.

L'affirmation d'une proposition se note d'une petite lette quelconque de notre vocabulaire primitif de (L_2, T_2) . Choisissons la lettre

[1] p.

La négation la plus simple s'écrit alors

[2] $\neg p$.

2.3.1 **Petite remarque en passant.** Faisons une excursion dans le commentaire qui fait partie de l'exercice de la logique.

Bien sur si nous nous plaçons dans la langue qui sert et qui permet le commentaire, nous pouvons considérer un énoncé complexe bien construit (notion qui relève de la logique symbolique) en le notant d'une lettre majuscule, comme par exemple

P.

Il peut se dire qu'il s'agit d'une affirmation, que nous affirmons P, mais P peut être une négation si cet énoncé bien formé commence par le caractère de la négation, noté \neg , c'est dire qu'il existe une autre formule Q telle que

P écrit $\neg Q$ par exemple

d'être la négation de la formule Q.

Pour cette raison nous introduirons un nouveau terme dans notre vocabulaire dont l'emploi est assez mal réglé parce que son problème assez mal résolu. Il est différent de l'affirmation, c'est celui d'assertion.

Mais du fait de l'énonciation, ici de la scripton en mathématiques, par conséquent en logique aujourd'hui, nous introduisons dans le métalangage de commentaire un caractère supplémentaire qui marque qu'une phrase est énoncé selon quelques conditions et qu'elle est énonçable, qu'elle est une assertion au sens fort. C'est le caractère d'assertion,

$$\vdash P,$$

qui ne peut porter que sur un énoncé complexe (ces la condition de consistance la plus faible) donc au moins sur une grande lettre si ce n'est sur toute. C'est dire que ce qui s'écrit ainsi satisfait à des conditions de vérité que nous déterminons dans chaque cas, mais qui ne sont jamais triviales.

Comme dans la Parole en fait mais là les conditions s'oublent, le sujet qui parle les oublie souvent, mais donnant lieu, en le définissant ainsi, à ce qui s'appelle politique depuis la langue grec.

La nécessité logique de cette question cruciale va apparaître dans la suite de cette petite étude, ici, même si elle ne relève pas de l'objet mais du sujet de la logique. Vous pouvez alors lire comment Frege et Wittgenstein tentent chacun de son côté de l'expliquer à Russel sans y parvenir, lui n'y entendant rien.

Toujours est-il que nous pouvons aussi parler de négation quand nous citons la négation de P, nous la notons ainsi

$$\neg P$$

quelque soit cette formule.

Revenons au langage objet de notre étude. Certains auteurs peuvent employer le terme d'affirmation pour désigner une formule qui ne commence pas par le caractère de la négation et réserver celui de négation aux expressions correctement construites qui commencent par ce terme parmi les formules effectivement écrites du langage étudié, noté L.

Pour notre part ici, nous voulons discuter les relations qu'entretiennent les énoncés du type de l'affirmation et de la négation,

$$p \text{ et } \neg p$$

comme par exemple leur différence symétrique nécessaire

$$[3] \quad \vdash (p \leftrightarrow \neg p)$$

comme d'autres relations éventuelles, l'une d'entre elles spécifiquement.

Nous retrouverons les suites de cette remarque qui note déjà la différence entre les petites lettres de notre langage objet L_2 pour la logique classique si il est structuré par la théorie T_2 et les grandes lettres de notre langue de commentaire qui ne lui appartiennent pas. Ce sera, de façon plus précise, l'occasion d'un développement de ce que nous étudions ici avec la différence entre le couple affirmation négation et le couple vrai faux.

Ce sera l'explicitation de doctrine de la vérité qui conduit à la formulation assez tardive (1923) par Freud de la phase phallique sous l'aspect de "L'organisation génitale infantile". L'amorce logique nécessaire de la théorie de la sexualité, *sexe* c'est la logique.

2.4. Le couple Vrai/Faux

Nous ne voulons pas parler ici, de manière isolée, du couple de valeurs de vérité, notées v et f , des tables d'évaluation utilisées dans ce qui précède pour définir les connecteurs logiques. Nous voulons parler aussi et surtout d'une conséquence de ces calculs qui s'appelle vérité nécessaire et fausseté nécessaire, soit les fonctions constantes qui donnent lieu aux tautologies et aux antilogies de la LCC.

Il s'agit précisément des énoncés susceptibles de se voir affublés du caractère d'assertion et de leur négation. Nous noterons V ou I la tautologie

$$[4] \vdash (p \vee \neg p)$$

et F ou \emptyset l'antilogie dont la négation est une tautologie

$$[5] \vdash \neg (p \wedge \neg p).$$

Ainsi nous disposons des deux définitions écrites dans le métalangage

$$V \stackrel{\text{déf}}{=} (p \vee \neg p)$$

$$F \stackrel{\text{déf}}{=} (p \wedge \neg p)$$

et de théorème qui sont des conséquences en tant que d'autres écriture de thèses de notre logique (L_2, T_2) , comme par exemple,

$$[4] \quad \vdash V$$

et

$$[5] \quad \vdash \neg F$$

ou

$$[6] \quad \vdash [V \not\leftrightarrow F]$$

transcription dans le commentaire de la thèse $[6] \vdash [(p \vee \neg p) \not\leftrightarrow (p \wedge \neg p)]$ et

$$[7] \quad \vdash [F \Rightarrow V]$$

conséquence du même ordre de la thèse $[7] \vdash [(p \wedge \neg p) \Rightarrow (p \vee \neg p)]$.

2.5. Comparaison de ces deux couples de la logique

Nous sommes donc en présence d'éléments définis dans (L_2, T_2) et dans son langage de commentaire L_{2+1} , lors de la construction de ce double système génératif constitutif de CP, premier composant de la LCC.

Rappelons le matériel dont nous disposons à différent titre dans cette construction faramineuse, objet de notre exercice de lecture d'une écriture stricte.

Le couple syntaxique de L_2 formé des deux relève dite une affirmation et une négation

$$p \text{ et } \neg p.$$

Le couple syntaxique sémantique de L_{2+1} formé des deux valeurs éminentes de la logique du vrai nécessaire et du faux nécessaire

$$V \text{ et } F$$

qui écrivent⁴ dans notre commentaire le couple syntaxique formé des deux relève

⁴ Plus nous rentrerons dans ce calcul qui constitue une nouvelle arithmétique propre à la Logique, plus nous emploierons aussi I pour V et \emptyset pour F , tant qu'il n'y a pas de confusion possible avec la théorie des ensembles que nous construirons plus loin mais qui existe maintenant déjà dans la langue française que nous utilisons pour notre commentaire plus ou moins formel et symbolique.

$$(p \vee \neg p) \text{ et } (p \wedge \neg p).$$

Ces deux couple sont initialement distincts.

Notre proposition consiste maintenant à montrer à quel prix ils sont encore confondu par de nombreux logiciens et savants dans l'actualité de la fin du XX^{ème} siècle, remarque dont la portée n'est pas seulement historique puisqu'elle restera de l'ordre d'une coupure épistémique même une fois admise et établie la différence dont nous faisons état. Nous le ferons en expliquant, par notre pratique du commentaire graphique, en quoi ils sont homogènes et donc substituables et en quoi ils sont hétérogènes et par conséquent non substituables, sans payer un lourd tribut.

Ce prix consiste à renoncer à la raison telle que Freud l'a découverte comme nécessaire, il s'agit d'user du nécessaire métalangage qu'il n'y a, de façon aussi nécessaire, pas et par suite de s'interdire de le critiquer selon cette raison comme nous le propose Lacan.

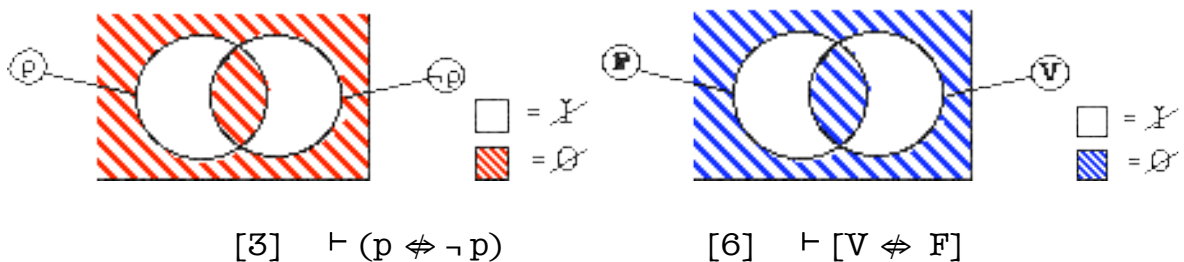
Afin de donner à lire cette homogénéité et cette hétérogénéité le plus simple nous a paru de les présenter sur des diagrammes d'Euler Venn.

Le lecteur va retrouver en couleurs les diagrammes que nous venons de présenter très classiquement en noir et blanc.

Ici nous commençons à faire quelque chose qui ne se fait pas en logique. S'agit-il d'une incorrection? La suite nous dira si cette façon de faire mérite ou non d'être retenue.

Homogénéité entre ces deux couples

Nos deux couples sont, de manière nécessaire, susceptibles d'une même différence interne, cette différence étant dite symétrique ou d'aspect morganienne,



Avec les choix des couleurs qui agrémentent ces diagrammes, donnés par les deux petit bout de code adjoind aux dessins.

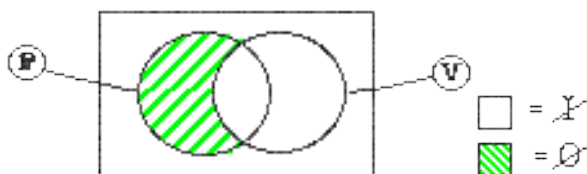
C'est l'aspect nécessaire qui justifie l'emploi des couleur, pratique qui n'est pas d'usage en logique symbolique tant la pensée glisse à identifier ces choses comparables et homologue mais qui différents pourtant.

Car il faut dire alors ce que représentent ces couleurs.

Les couleurs marquent que nous voici passé dans le langage du commentaire, nous ne sommes plus en train de formuler des définitions mais de formuler des thèses, ce qui ne peut s'écrire dans le langage objet selon Tarski, sans risque de contradiction.ces

Distinction entre ces deux couples

Le second couple est susceptible d'une relation supplémentaire ce qui n'est pas le cas des termes du premier couple.



$$[\text{?}] \vdash [F \Rightarrow V]$$

Il existe pourtant une thèse de la logique canonique classique fort instructive pour ce qu'elle nous apprend de la relation qu'entretiennent les termes de notre premier couple, l'affirmation et la négation.

$$[8] \vdash [(p \Rightarrow \neg p) \vee (\neg p \Rightarrow p)]$$

Avant de conclure, donnons un tableau qui résume l'ensemble de notre argumentation

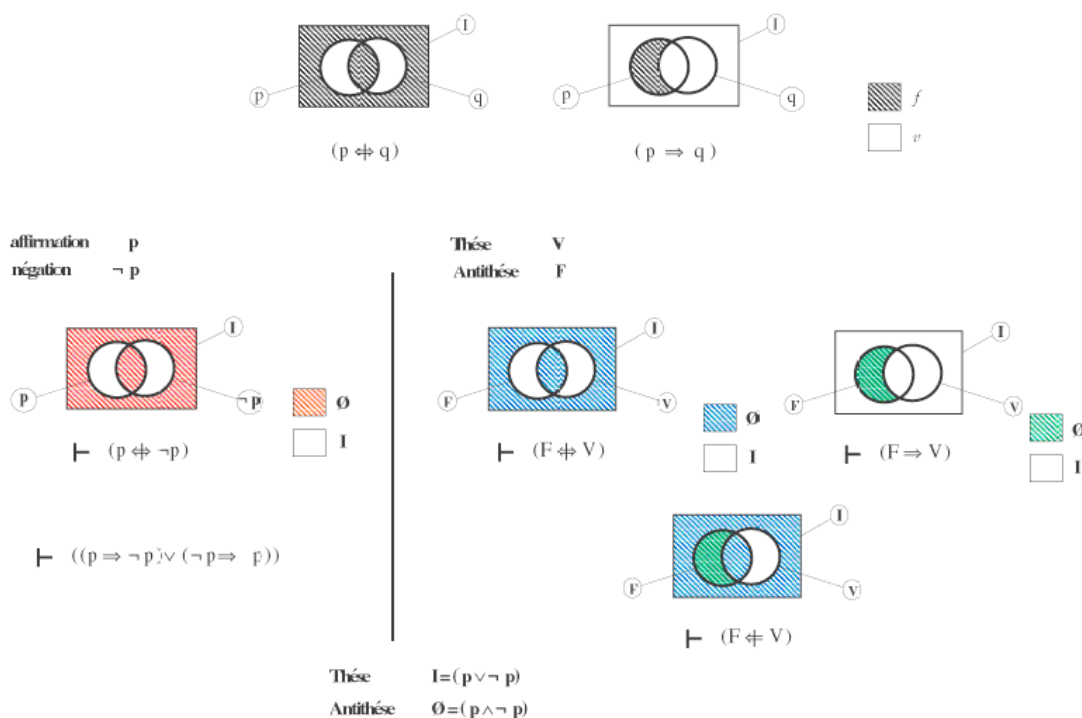


Planche résumant l'équivalence et la différence entre les couples de la logique affirmation négation et vrai faux

Reprenons pour conclure les deux résultats auxquels nous sommes arrivé pour chacun de nos deux couples.

Conclusion

1. Le second couple constitué du Vrai et du Faux Logique (nécessaire) est bien susceptible d'une différence morganiennienne d'aspect qui s'anime d'un choix forcé qui la rend dissymétrique. Nos deux connecteurs classiques,

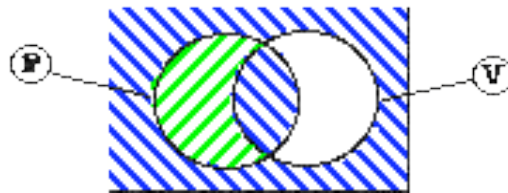
$$[6] \vdash [V \Leftrightarrow F] \text{ et } [7] \vdash [F \Rightarrow V].$$

Le vel de l'aliénation est bien ce type de connexion logique que nous trouvons comme la relation qui lie les thèses et les antithèses de la LCC.

Nous disposons d'une thèse de cette logique

$$\vdash [((p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Rightarrow q)) \Leftrightarrow (p \neq q)]$$

qui nous conduit à formuler cette relation dans un diagramme et une expression



$$[9] \vdash [F \neq V]$$

Ce connecteur est bien ainsi construit pour remplir l'office du vel aliénant. Que personne ne se soit donné la peine de le construire en logique symbolique en dit assez de l'ignorance en matière de logique des auditeurs et lecteurs de Lacan. Qu'il soit aussi difficile de le cerner ainsi pour des logiciens professionnels s'explique par les différents aspects d'un même connecteurs et de leur absence de pratique en acte de la manière dont ces structures se présentent dans la langue. Que Freud ait mis l'accent là dessus ne suffit pas si on ne fait pas sa place à l'aspect dogmatique du problème car tout le monde ne peut pas prétendre à sa remarquable intuition littéraire.

Pourtant, mieux que Lewis Carroll et que Bertrand Russel, Lacan ne s'est pas privé, comme le prouve sa présentation de ce vel, de nous donner les moyens de surmonter cette difficulté commune au monde de la science.

En effet, Lacan a imaginé de nous le présenter par des exemples synthétiques, ce qui veut dire des modèles mathématiques exigeant des axiomes propres, comme le cas de 'la bourse ou la vie', alors que nous venons de montrer que cette aliénation à une portée bien plus importante, analytique d'étendre sa présence jusqu'à la nécessité des thèses et l'impossible des antithèses. Ce tour est simple comme ces choses qui relèvent du génie. L'inhibition qui s'y oppose chez chacun est énorme.

2. Puis pour finir et être exhaustif ici, à propos du premier couple de l'affirmation et de la négation, la dernière thèse rencontrée dans ce commentaire

$$[8] \vdash [(p \Rightarrow \neg p) \vee (\neg p \Rightarrow p)]$$

nous donne la clef du soit disant paradoxe de l'implication matérielle et de la difficulté rencontrée par les logiciens même professionnels, révèle dans la lecture de la disjonction,

$$(p \vee q)$$

spécialement lorsqu'elle est prise dans une thèse.

Si nous considérons une thèse de la forme

$$\vdash [P \vee Q],$$

expression écrite dans le métalangage du fait de l'emploi du caractère d'assertion, noté \vdash , où P et Q sont des énoncés complexes supposés l'autoriser, ceci n'a certainement pas comme conséquence logique et cette expression ne peut se lire, en aucun cas, comme équivalent à l'énoncé qui se dit dans la langue de commentaire

$$\text{"}\vdash P \text{ ou } \vdash Q\text{"}.$$

Elle peut se lire par contre

$$\text{"Si } \vdash \neg P \text{ alors } \vdash Q\text{" ou Si "}\vdash \neg Q \text{ alors } \vdash P\text{"}$$

ou encore si vous préférez

$$\text{"non } \vdash \neg P \text{ ou } \vdash Q\text{" ou " non } \vdash \neg Q \text{ ou } \vdash P\text{"}$$

car non $\vdash \neg P$ ne saurait être mis sur le même plan que $\vdash P$ et il en va de même pour une quelconque proposition Q.

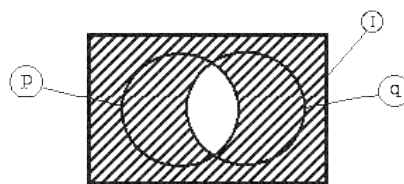
Jean Michel Vappereau
Buenos Aires le 28 mai 2006

Appendice formel

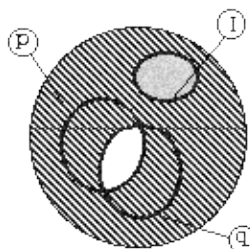
Présentation géométrique de la Dualité de De Morgan

Afin de proposer une monstration la dualité de De Morgan, commençons par transposer sur la sphère les schémas de Euler Venn des formules de la LCC.

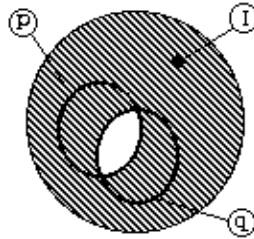
Soit la formule ou expression bien construite de CP ($p \wedge q$), définie comme abréviation $\neg (\neg p \vee \neg q)$ dont le schéma qui résume de manière graphique la table de vérité est le suivant



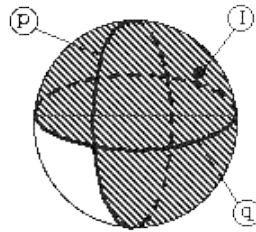
A considérer ce schéma comme une portion de sphère de forme rectangulaire dans l'espace de dimension trois, disposons le, par déformation continue, en une sphère trouée



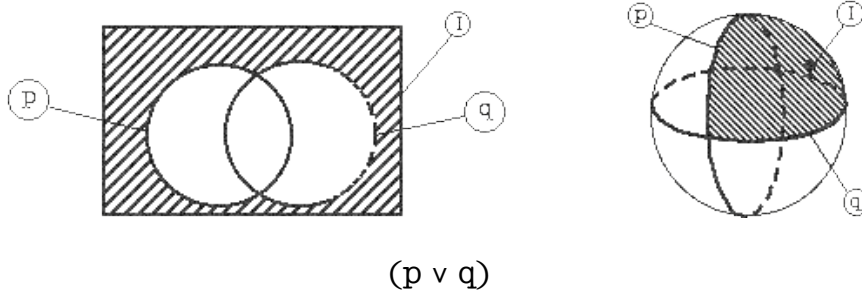
Nous pouvons alors prolonger notre mouvement et réduire le trou de la sphère trouée en un point qui ferme (compactifie) le rectangle initial.



Nous déformons, de manière continue sur cette sphère, les cercles de notre diagramme de la logique afin de les disposer comme deux grands cercles de la sphère..



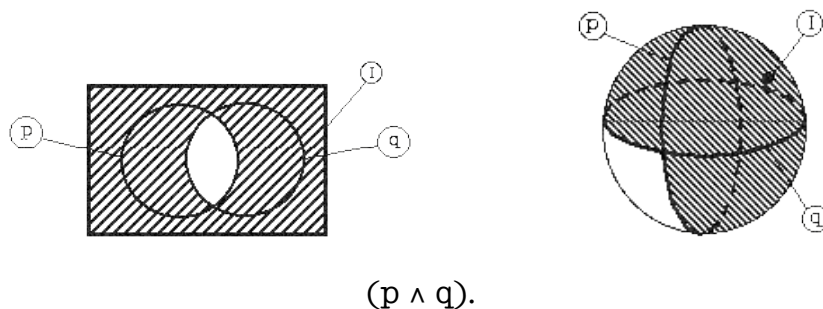
Cette transformation continue du diagramme Euler Venn en cercles délimitant des zones hachurée sur la sphère devenue intelligible pour le lecteur, nous pouvons la réaliser pour chaque formule et son diagramme.

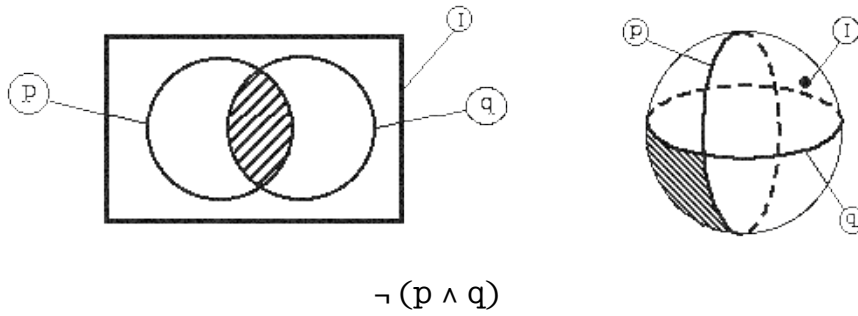


Nous sommes ainsi en présence des éléments d'une petite géométrie des coloriations de la sphère pour laquelle nous définissons deux fonctions de la négation.

1 La négation d'une proposition consiste à échanger les hachures avec le blanc sans hachures dans les zones

Soit $\neg (p \wedge q)$ dont le diagramme devient selon cette transformation à partir de $(p \wedge q)$.

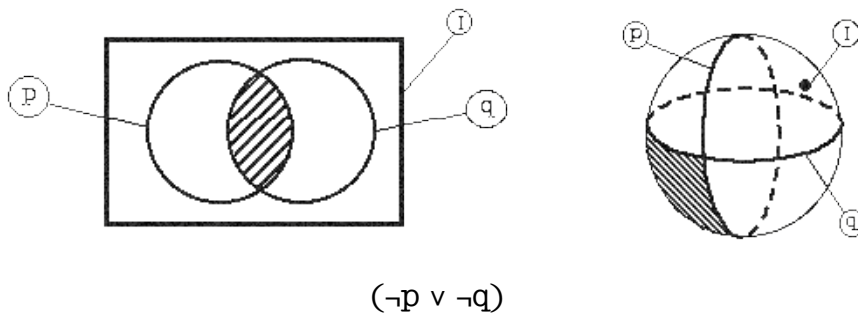
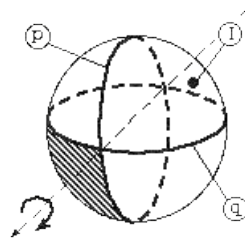
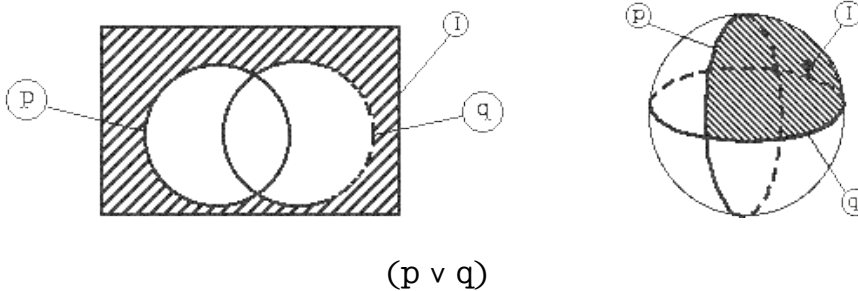




2 La négation des termes d'une proposition consiste rendu par un graphique à faire tourner d'un angle de π radian la sphère selon un axe qui passe par les deux points d'intersections des deux cercles p et q.

Cette transformation mérite un petit commentaire qui souligne le fait que ainsi les zones $\neg p$ vont occuper les places des zones p (échange des zones droite/gauche) et réciproquement de même pour les zones $\neg q$ et q (échange des zones haut/bas) par cette rotation de 180° .

Soit $(\neg p \vee \neg q)$ qui est le résultat de cette seconde fonction de la négation selon cette transformation à laquelle est soumis le diagramme de la disjonction sur la sphère.



Où il se voit, si nous comparons cette dernière figure à la dernière du groupe précédent, que les deux membres de la première thèse de dualité parmi les lois de De Morgan,

$$\vdash [\neg (p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)]$$

sont bien établies comme identiques par cette transformation graphique.

Planche résumant l'équivalence et la différence entre les couples de la logique affirmation négation et vrai faux

