Le paradis des bijections

à Pierre Soury

Nous ne nous laisserons pas chasser de l'enfer que Freud a créé pour nous, nous le faisons bouger.

Pour un enseignement des mathématiques qui relève de la raison de leur matérialité littérale (*enchaînement effectif*) à l'occasion qui nous ait donné de définir les ***bijections et leur groupe algébrique*** dans le cas des *applications bijectives*. Ces dernières donnant lieu comme dit la chanson[1] à un petit coin de parapluie dans un petit coin du " *paradis que Cantor a créé pour nous*" selon Hilbert nous précisons la définition des *fonctions bijectives* et des *objets mathématiques* (mathèmes) leur pratique et leur souplesse pouvant, parfois, aller jusqu'à de graves négligences à l'égard des étudiants dans les cours de mathématiques.

1. - *Bijections*

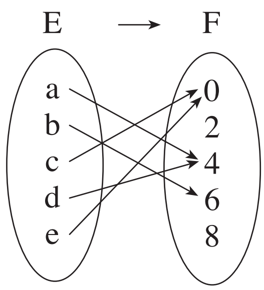
La définition des fonctions bijectives avec sa présentation en algèbre[2] reste assez divertissante. En fait il s'agit souvent de se contenter des applications bijectives de la théorie des ensembles.

il semble à certains qu'il suffit de dire qu'une application f est une correspondance définie entre les éléments d'un ensemble noté : E, avec les éléments d'un autre ensemble noté : F, ce qui donne lieu à un mathème ensembliste constructible, c'est à dire bien construit.

$$f : E \longrightarrow F$$

Ce graphème est un énoncé donnant lieu à un objet effectif depuis la théorie des ensembles de Cantor sauvée grâce à sa version axiomatisée (Z-F) par Zermelo et Fraenkel qui acceptent d'abandonner certains préjugés comme celui de croire quetoute classe d'extension de concept est un ensemble, en particulier faire le deuil de la classe universelle d'une théorie. des ensembles comme objet intrinsèque à la théorie.

Pour vous l'illustrer on vous donne un diagramme du genre



que tout le monde comprend à condition de ne pas être jugé par les autres comme stupide, où les éléments respectifs de E et de F sont placés dans une bulle, mais dont il suffit de constater que nous pouvons écrire la même chose de façon moins parlante sur une seule ligne plus proche de l'écriture ordinaire (*alphabêtique*) en extention dans ce cas fini,

$$E = \{a, b, c, d, e\} \text{ et } F = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

avec des *accolades* : {, }, qui font aussi désormais partie des mathèmes de la théorie des ensembles.

---

1 Georges Brassens, un petit coin de paradis sous un petit coin de parapluie

2 Indiquons, dés le début que nous voulons revenir avec précision sur cette définition des fonctions en tant qu'il s'agit de *relations fonctionnelles* telles quelles seront définies dans ce qui suit. La théorie des ensembles ne doit pas rester l'occasion de négliger la logique qui ouvre sur d'autres types d'écriture aussi mathématiques.

Le plus important reste d'indiquer le tressage de flèches pour noter la correspondance élément par élément, qu'ici nous écrirons, plus simplement aussi sur une ligne par exemple

$$f(a) = 4, f(b) = 6, f(c) = 0, f(d) = 4, f(e) = 0,$$

afin de définir la dite application.

Au début, les choses paraissent simples

On nous dit qu'une application est *bijective* si elle est à la fois *injective* et *surjective* avec aussitôt les deux définitions de ces propriétés sur lesquelles le bon élève se précipite.

Injective

Une application est *injective* si tous les éléments qui sont atteints dans l'ensemble d'arriver, ici F de notre exemple, ne sont atteint qu'une fois et une seule fois. Ou pour le dire autrement ils ne sont l'image que d'un seul élément de l'ensemble de départ, ici E de notre exemple.

Il saute aux yeux de celui qui s'exerce à lire que l'application prise comme exemple n'est pas injective, du fait qui se transcrit,

$$f(a) = f(d) = 4, \text{ mais aussi } f(c) = f(e) = 0.$$

La propriété des applications injectives s'écrit dans *le système d'écriture* dit du *calcul des prédicats kantifiés au premier ordre* qui sert à écrire la théorie des ensembles Z-F,

$$\forall x \forall x'((f(x) = f(x')) \Rightarrow (x = x'))$$

Ici, la négation de cette propriété, est vérifiée par notre exemple, elle s'écrit,

$$\exists x \exists x'((f(x) = f(x')) \wedge (x \neq x'))$$

Surjective

Une application est *surjective* si tous les éléments sont atteins dans l'ensemble d'arrivé, ici F de notre exemple. Ou pour le dire autrement les éléments de F sont tous image d'au moins un élément de l'ensemble de départ, ici E de notre exemple.

Il saute encore à l'esprit de celui qui tente de lire que l'application prise comme exemple n'est pas surjective, du fait qui se transcrit

4 et 10 dans F ne sont les images d'aucun élément de E.

Où, pour le dire d'une autre manière, plus lapidaire : il n'y a pas d'élément de E qui ont comme image par f les éléments de F 2 et 8.

La propriété des applications surjectives s'écrit aussi dans *le même système d'écriture*,

$$\forall y \exists x(y = f(x)) : \text{f est surjective}$$

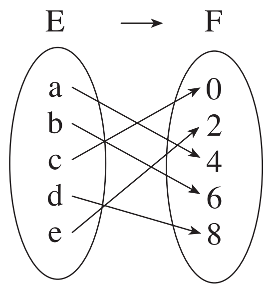
et sa négation qui est vérifiée par notre exemple s'écrit aussi bien ainsi

$$\exists y \forall x(y \neq f(x')) : \text{f n'est pas surjective.}$$

Nous pouvons alors enfin en venir aux applications bijectives.

Bijective

Donnons l'exemple d'une application f ' de E dans F qui soit bijective,



avec

$$f'(a) = 4, f'(b) = 6, f'(c) = 0, f'(d) = 8, f'(e) = 2,$$

qui vérifie à la fois

$$\forall x \forall x' ((f'(x) = f'(x')) \Rightarrow (x = x')) \text{ f ' est injective}$$

et

$$\forall y \exists x (y = f'(x)) \quad \text{f ' est surjective}$$

Ainsi f ' **est bijective**.

De cette définition des applications bijectives entre deux ensembles suit un théorème

Théorème

Pour toute application bijective il existe une application bijective réciproque.

et trois conséquences.

1 - ***Nombres***

L'existence d'une bijection entre deux ensembles produit une relation dite d'équipotence ou de congruence entre les ensembles. Relation qui présente *un invariant* au travers des bijections qui définissent cette relation, celui-ci est désigné en tant que *cardinal* des ensembles concernés, ce cardinal invariant est constant entre ensembles équipotents ou congrus entre eux.

La cardinale d'un ensemble est réputé correspondre au nombre de ses éléments. Mais de ce fait les nombres cardinaux sont définis en tant qu'invariant de la relation d'équipotence ou de congruence entre ensemble mais ils ne sont pas encore constructibles de ce simple fait, nous ne pouvons répondre à la question : "combien?".

Les ensembles ont un nombre d'éléments, désigné comme leur cardinal, invariant entre ensembles congrus entre eux mais à cet instant de la construction mathématique personne ne sait quel est ce nombre. Pour la simple raison qu'il ne sera connu en tant que nombre seulement quand les nombres seront construits en tant qu'ensembles. Or, en théorie des ensembles ceux sont les ensembles ordinaux qui vinnent pour commencer à construire des nombres, pour vérifier les axiomes de Peano : grâce à la définition d'un premier terme disons : zéro écrit 0 en arithmatique avec l'ensemble vide, noté : $\emptyset$, et de la fonction successeur de x disons : "x plus un." écrit (x+1) en algèbre avec l'expression notée : $(x \cup \{x\})$, si vous voulez bien respecter la tradition.

Nous reviendrons sur "ce petit problème" qui parait annexe aux professeurs de mathématiques, car, pour nous, la découverte des nombres, lors de l'apprentissage de *lalangue* par les enfants, commence par les nombres cardinaux sans la congruence. Ceci veut dire qu'ils connaissent des nombres du fait de parler, de nommer et savent s'en servir, avant d'avoir appris à compter.

Dans l'emploie des nombres lisibles, ils n'ont pas encore recours aux nombres ordinaux définis comme objets abréviateurs ensemblistes grâce à une spécification à la B. Russell.

Les nombres cardinaux viennent comme adjectifs mais ils sont aussi des noms d'attributs reconnus et nommables par le sujet de lalangue, la langue vulgaire, selon Dante[3], lorsqu'elle est encore parlée de manière exclusive par opposition à, cette autre langue la grammaire qui exige de l'étude, suivant l'exemple de la grammaire latine.

2 - ***Applications réciproques bijectives d'une bijection*** (*l'enseignement des mathématiques*)

Le théorème délicieux entre bijections qui suit leur définition et s'énonce de façon si parfaite,

Théorème

Pour toute application bijective il existe une application bijective réciproque.

Mine de rien, ce théorème présente *deux parties distinctes* ou *deux résultats emboîtés entre eux*. L'un consiste à démontrer, *d'abord*, qu'à partir d'une bijection il existe toujours *une autre application* dite application réciproque et, *ensuite*, second résultat, il consiste à démontrer que cette nouvelle application est *bijective*.

Ainsi, des deux propriétés *d'injectivité* et *de surjectivité* qui caractérisent les applications *bijectives* nous devons pouvoir déduire l'existence d'une autre application avant de démontrer que celle-ci, cette nouvelle application, présente aussi ces deux propriétés.

Il n'échappera pas au lecteur que dans l'état de l'exposé qui précède et qui se contente de présenter l'a notion de fonction dans le cas d'applications entre deux ensembles par un schéma, il manque une donnée qui doit préciser *la définition de la notion de fonction* avant de définir celle *d'application en théorie des ensembles* afin de disposer des démonstrations des deux parties de ce théorème.

Or *les applications* sont *les fonctions spécifiques* de la théorie des ensembles, les flêches de la catégorie, et elles sont aussi des ensembles, *les objets spécifiques* de la théorie, au même titre qu'un quelconque des autres objets. Les *objets* et les *flèches entre objets,* or celles-ci sont aussi des objets. Il n'y a sérieusment pas lieu de parler de *métalangage* dans les échelles de structures, disons les registres du symbolique (même stricte écrit ici).
Disons la s*tructure érotique et violente du narcissisme* introduite dans une petite monographie par Freud en réponse à Jung.

Tous les médecins le savaient : "Le malade parle mal, à tord, de son corps, *intrinsèque* à ce corps il doit le considérer aussi en position de sujet, *extrinsèque* à son corps.", Freud est le premier à en faire, *enfer tragiqu*e de la *sexuation* pour le sujet qui ne parvient pas à la pratiquer (la psychose paranoïaque), monographie du narcissisme où fait retour anatomique l'spect génital de la *sexualité* mamifère.

Sachant que tous les objets de cette théorie sont constructibles à partir des axiomes en tant que ces objets sont eux-mêmes des ensembles, la théorie des ensembles constitue bien la catégorie refuge du fait des mathématiques classiques, produites avant Cantor et de manière intuitive sans lui, dont les objets sont les *ensembles* et dont les flèches sont les *applications*., la cible des "*Foncteurs d'oublis*" pour quelques mathématiciens mais pas tous.

---

[3] Dante "DE L'ÉLOQUENCE EN VULGAIRE", seulement deux chapitres écrits pour notre malheur, alors qu'il en prévoyait six.

Or, pour ce qui nous occupe ici, question pédagogique d'oblitération, ce n'est pas la définition la moins restrictive de la notion de fonction comme nous allons le préciser.

3 - ***Enfin le paradis***

Les bijections forment même un ensemble donné, lorsqu'elles sont composées entre elles autour d'un seul et même ensemble, les automorphismes d'un ensemble forment un *groupe algébrique*. C'est dire que ça tourne bien, ça tourne rond, comme au paradis où il n'y a pas de conflit entre les âmes bien heureuses qui y ont été acceptées. C'est ce que nous désignons comme *le paradis des bijections*. Son leurre donne à se surprendre de l'impossible démontré avec le théorème de Lacan

2. - *Les relations fonctionnelles*

Nous profitons donc de cette note relative aux *fonctions bijectives* pour préciser ce qu'est une fonction au sens le plus large dés l'étude de la logique contemporaine, définition qui reste très accessible sinon trop souvent oubliée par les mathématiciens qui enseignent et doit être bien formulée avant même de parler d'applications en théorie des ensembles.

A notre connaissance c'est le grand Riemann qui fut parmi les premiers à poser la question de savoir ce qu'est une fonction de façon indépendante de la connaissance de fonctions singulière souvent bien connues. Nous laisserons les applications à une étude plus spécifique de la théorie des ensembles.

Les fonctions répondent aux conditions nécessaire à l'introduction d'un s'un type de lettres d'abréviations, dites *symboles abréviateurs de fonction* ou plus simplement : "symbole de fonction."

Les fonctions sont des lettres constructibles selon des critères d'écriture précis et conséquents en Calcul des prédicats polyadiques kantifiés au premier ordre. Ces critères sont la raison des démonstrations mathématiques et assure la matérialité effective de l'écriture mathématique sous l'aspect d'enchaînements effacés mais présent pour le mathématicien qui n'y revient pas de façon constante, tant ceci est évident ou intuitif.

Définition

Les *fonctions* sont *des relations fonctionnelles* qui s'écrivent grâce à deux *propriétés syntaxiques* de pure *littéralité* d'une *relation polyadique*. Nous devons disposer, faisant partie du *système d'écriture* (S,T) où la mathématique se travaille, de deux thèses qui écrivent ces propriétés relatives à cette *relation de S* notée ici : $\varphi(x,..., y)$, déductibles à partir des axiomes de T.

Pour aider à la lecture par quelque aspect sémantique, ces fonctions sont supposées définies entre *des classes d'extension de fonctions propositionnelles* de Frege, c'est dire qu'elles sont définies entre des *concepts*. Il y a un *domaine de définition* à la source et un *domaine image* en place du but, chacun étant défini par un concept écrit par une fonction D(x) et I(y). Ici l'apparence monadique de l'écriture ne doit pas tomper car les éléments peuvent se révéler des n-uplets $x = (x, ..., z)$ et $y = (t, ... , y)$ éléments des produits de plusieurs classes.

Puis la relation $\Phi(x, y)$ définie entre ces classes d'extension des deux concepts notés de la même manière par l'expression des concepts D(x) et I(y).

Mais cette relation peut être fonctionnelle, c'est le plus important et le plus déterminant. Nous allons expliquer la raison de cette distinction qui permet d'introduire de nouveaux termes aussitôt après les avoir formulés.

Définissons ces deux propriétés dans le cas d'une fonction d'une seule[4] valeur y à une seule variable x afin d'alléger la lecture pour le lecteur débutant

Une condition d'existence de l'objet image dans l'extension du but, domaine image I(x)

$$(1)\quad \forall x \exists y \Phi(x, y)$$

Une condition d'unicité de cet objet image dans l'extension du but, domaine image I(x)

$$(2)\quad \forall x \forall y \forall y'[(\Phi(x, y) \wedge \Phi(x, y')) \Rightarrow (y = y')]$$

Cette double condition aura une conséquence assez négligée par les logiciens et les mathématiciens qui enseignent leur discipline du fait qu'il s'agit d'une conséquence matérielle lié à l'*effectivité* (*Wirkliechkeit*) des mathématiques à propos de laquelle tout le monde préfère entretenir *un mystère quasi-religieux*, voir *mystique* même si il n'est que philosophique, c'est à dire idéaliste, et maintenant *une vrai réalité concrète quasi-positiviste*, voir encore *mécaniste,* aujourd'hui somptueusement *électronique, industrielle et monétariste, même* si elle n'est que prétendue *scientifique*.

Ces conditions permettent d'introduire une lettre d'abréviation, ici une lettre de fonction notée : f, et ainsi de construire un nouvel objet mathématique, à l'occasion des expressions spécifiques qui, dans le cour de leur énoncés respectifs contiennent un énoncé quelconque noté : E(y) présentant la lettre y, ici, du genre

$$(a)\qquad \forall x \forall y[\Phi(x, y) \Rightarrow E(y)]$$

ou

$$(b)\qquad \forall x \exists y[(\Phi(x, y) \wedge E(y)]$$

donnant lieu l'un ou l'autre, aussi bien l'un et l'autre, à la nouvelle expression

$$(c)\qquad \forall x E(f(x))$$

qui les remplace avec l'avantage d'introduire un nouveau *mathème* effectif f(x) à la place de y. où la lettre de la relation Φ est absente du fait de disparaître dans la lettre de fonction f.

Nous pouvons écrire en logique

$$\forall x \forall y[\Phi(x, y) \Rightarrow E(y)] \Leftrightarrow \forall x \exists y[(\Phi(x, y) \wedge E(y)] \Leftrightarrow \forall x E(f(x))$$

---

[4] Dans le cas des fonctions polyadiques, de plusieurs variables les structures syntaxiques de ces conditions se retrouvent écrite pour les n-uplets x = (x, ..., z) et y = (t, ... , y) éléments des produits de plusieurs classes

pour la condition d'existence

$$(1)\qquad \forall x \ldots \forall z \exists y \ldots \exists t \varphi(x,\ldots,z, t, \ldots, y)$$

comme pour la condition d'unicité

$$(2)\ \forall x \ldots \forall z \forall t \ldots \forall y \forall t' \ldots \forall y'[(\varphi(x,\ldots,z, t, \ldots, y) \wedge \varphi(x,\ldots,z, t', \ldots, y')) \Rightarrow ((t = t') \wedge \ldots \wedge (y = y'))]$$

Attention, le recourt à la notion de termes notés : t, (t = x) ou (t = x, ... ,y) pour les relations ne résoud pas la différence entre le calcul des prédicats monadiques consistant et complet et le calcul des prédicats polyadques car son inconsistance vient de la kantification, lettres par lettres, pour plusieurs variables. J. Hittikka a démontré (*Les principes de mathématiques revisités* 1996) par sa pratique des constructions de domaine d'extension, instruite par la sémantique des logiques modales, que non seulement Frege, mais aussi la plus part des logiciens et mathématiciens du siècle vingt, se trompent malgré le "*premier théorème*" de Gödel (Quine, *Méthode de Logique* 1955) que ce calcul n'est pas consistant. Il propose une solution alternative d'une "*Logique aimable*" moins violente qui n'a pas l'air de remporter le moindre succés du fait du *Principe d'inertie* propre de *la structure du langage* (Lacan, *Encore* p.100 Seuil 1975, Paris) malgré l'esprit scientifique de la plus part.

De surcroit des psychanalystes français qui en sont démunis de manière absolue dans la mouvance psychanalitique actuelle ont invité Hittikka à un colloque à Paris à la suite de mes commentaires, en prenant soin de mon absence à cette date, d'où il est reparti déçu vue l'inepdie des exposés présentés.

Il est un fait que ces gens ne cherchent qu'à empêcher que se tienne le moindre débat par leur gesticulations ridicules afin de protéger leur corporatisme de soumission au service de leurs autorités autoproclamées, de *philosophie de meunier* et *médecine de farine,* que Lacan a organisé pour nous afin de manipuler les arroseurs que nous affinions notre stratégie.

aprés avoir démontré la première équivalence matérielle comme conséquence de la conjonction des deux conditions proposée pour l'introduition de nouvelles lettres comme f.

Car il y a une thèse de la logique classique du Calcul des prédicats kantifiés au premier ordre qui est dédutible dans ce calcul que nous désignons[5] comme le *système d'écriture* (S_1,T_1).

Thése de logique classique

$$(\forall x\exists y\Phi(x,y) \wedge \forall x\forall y\forall y'[(\Phi(x,y) \wedge \Phi(x,y')) \Rightarrow (y = y')])$$
$$\Rightarrow (\forall x\forall y[\Phi(x,y) \Rightarrow E(y)] \Leftrightarrow \forall x\exists y[(\Phi(x,y) \wedge E(y)])$$

D'où s'établit *non sans raison littérale effective* (d'enchaînement) les conditions (1) et (2) , pour l'équivence matérielle de (a) et de (b) et leur écriture commune maintenant par

$$\text{(c)} \qquad \forall x E(f(x))$$

pour (a) ou pour (b).

.

C'est la cas des polynômes comme $P(x) = ax^2 + bx + c$, fonctions classiques par excellence de l'algèbre depuis l'invention du système d'écriture des nombres entiers dit *système de numération par position*. Mais aussi les fonctions dites *transcendantes* comme les fonctions trigonométriques : sin(x), cos(x) et tg(x) ou logarithmiques et exponentielles : Logx et e^x dont l'argument peut varié du fait de la composition entre celles-ci et les fonctions algébriques les plus diverses construites grâce aux opérations algébriques du produit et du quotient comme de l'extraction de racine.

Et il y a aussi les objets, les lettres de constantes. suceptibles d'une construction comparable et le fait qu'une lettre de fonction composée avec une lettre de constante est une nouvelle lettre de constante, pour dire qu'elles dépendent toutes de ces conditions de constructions qui ont des conséquences que nous pouvons étudier.

Ceci vaut pour la *Logique* encore à venir ou la *Théorie des catégories* construite avec autant de rigueur que dans cette catégorie de base qu'est la théorie de ensembles de Cantor axiomatisée par Zermelo et Fraenkel. Les mathématiciens sont toujours constructionnistes, reste la reconnaissance des moyens de construction. Parfois trop restrictifs parfois trop souple. Nous construisons à la suit notre topologie selon des critères du même registre catégoriques.

En tant que ces disciplines donnent lieu à des lettres que nous pouvons différencier. Il y a les mathèmes de la logique et les mathèmes mathématiques dont font partie *et seulement partie* les lettres des formalistes (Hilbert) qui écrivent les ensembles, les objets de la théorie cantorienne.

C'est dire qu'il y a aussi d'autres mathèmes que les lettres antiques (Aristote, Euclide et Eudoxe ...), classiques (Descartes, Desargues, Leibnitz, ...) mais que nous ne dirons pas intuitionnistes du fait que le débat entre formalisme et intuitionnisme reste le produit restreint par la critique transcendantale de Kant.

Nous arrêtons cette excursion pour déduire de ces faits littéraux quelques conséquences cruciales pour l'histoire des sciences, la pratique de la logique contemporaine et des mathématiques, mais surtout pour une épistémologie renouvelée qui se déprend de Kant et de la tutelle philosophique dont les mathématiciens ont déjà commencé à s'émanciper.

[5] D'où notre soin dans la construction de "*la charpente logique du langage*" qui est exposé dans plusieurs annexes de nos travaux de logique accesible sur notre page électronique et construite dans notre ouvrage **NONS** Logique, théorie des ensembles et topologie générale (fascicule de résultat n°0) encore *inédit*.

3 - Conditions et conséquences politiques de ces jeux d'écriture

Ils sont *des jeux* mais ils sont *des jeux d'écriture*.

*C*ertains mathématiciens ou épistémologues s'opposent à cette métaphore des mathématiques comme jeux. Ils ont tord, car, dans ce cas, il importe de reconnaître que nous ne savons pas grand chose de l'écriture, de la lecture et de la Parole du fait de lalangue et des langues, du fait du symbolique (le langage) à la structure énigmatique, "*austère et difficile*".

Certains croient la connaitre et la dominer alors que chacun ne passe son temps qu'à occulter ce qu'il ne parvient pas à pratiquer et exhiber le peu qu'il a réussit à surmonter. Cette forfanterie de fanfarons se produit dans la structure symbolique en question dont nous ne savons qu'une chose certaine qui *engage notre responsabilité*. Nous savons qu'elle est ségrégative et nous devons à cette ségrégation notre survie comme espèce verticale de *parlettres*, le narcissisme. Guignols de la lettre et marionnettes du textes, déjà avant la lettre alors que nous continuons comme nos plus lointains ancêtres à obéir à l'impératif phallique du dire, de la Vérité, la puissance de la Parole et de sa Loi, d'autant plus présente que méconnue par celui qui parle et celui qui entend et que nous détruisons d'autant, par méconnaissance.

1 - ***Nombres***

L'existence d'une bijection entre deux ensembles produit une relation dite d'équipotence ou de congruence entre les ensembles. Cette relation entre ensemble qui présente *un invariant* au travers des bijections qui définissent cette relation, celui-ci est désigné en tant que *cardinal* des ensembles concernés. Le cardinal est constant entre ensembles équipotents ou congrus entre eux. Le nombre des éléments d'un ensemble sera désigné comme le nombre cardinal de l'ensemble mais nous ne savons pas encore quel est ce nombre dans chaque cas.

Ici une différence peut être établie, le nombre commence dans l'écriture malgré la congruence par le nombre ordinal lorsqu'il suit de sa définition comme ensemble ordinal ou par les axiomes de Peano, un élément primitif et une fonction de succession, confirmant le compte, le fait de compter et rétroactivement le nombre cardinal.

C'est une différence majeure parmi d'autres entre l'écriture et la Parole. Dans la Parole, la signification vient du discours, de l'exercice en acte d'incorporels effectifs.

Les pauvres psychanalystes même les plus réputés aujourd'hui, n'arrivent toujours pas avec le mot : "nomination" comme médail accroché au revers du costume, à se défaire de la tutelle, les génufléxions et les incantations de la religion et de la philosophie en matière de nom propre.

Ne parlons pas de la science dans ce domaine, elle n'est pas encore au courant. Depuis Stuart Mill, Russell et Gardiner, nous pouvons lire Levi Strauss[6] qui introduit la solution. Mais c'est Lacan qui nous livre la réponse[7]entre les séminaire, d'une façon bien remarquable puis qu'il nous dit dans la leçon suivante en janvier qu'il n'a pas envie de faire son séminaire. Car il n'est pas content, il n'a pas réussit pas à dire que un nom comme un lettre sont matériaux[8], de récupération repris d'un discours tombé en désuétude. D'où la confusion à propos de ces objets du symbolique. Voir comment ça glisse dans une 4-chaîne[9].

Le nombre donc, il reste à l'étudier à partir de là, nous n'irons pas plus loin aujourd'hui. Tenir compte de Cantor mais pas seulement, ça permettrait peut-être, dans la psychanalyse, à

[6] C. Lévi-Strauss "LA PENSÉE SAUVAGE" spécialemen les chapitre VI et VII
[7] J. Lacan "L'IDENTIFICATION" (leçon du 20 décembre 1961)
[8] J. Lacan "ENCORE" (leçon du 9 janvier 1973 p. 36-37)
[9] J. Lacan "R.S.I." (leçon du 13 mai 1975)

propos du nom, du nom propre et des Noms du père et du père, de dire moins de bêtises, de pieuses inepties de curés, de bondieuseries génuflexives ou incantatoires.

2 - ***Le délice du théorème*** qui s'énonce de façon si parfaite.

Théorème

Pour toute application bijective il existe une application réciproque bijective.

Vous pouvez constater ***dans la définition des bijections,*** injectives et surjectives, vous trouvez les énoncés écrits de ces propriétés qui montrent qu'il faut se reporter au départ, à la source, du côté du domaine dit de définition : des x et des x'.

injection = unicité de l'objet $\forall x \forall x' ((f(x) = f(x')) \Rightarrow (x = x'))$

surjection = existence de l'objet $\forall y \exists x (y = f(x))$

alors que la définition de la fonction en tant que fonction, ce qui n'est pas n'importe quoi, n'importe quelle correspondance entre domaines D(x) et I(x), si nous l'écrivons effectivement comme nous l'avons fait, nous pouvons lire qu'il faut se reporter à l'arrivée, le but, du côté du domaine image : des y et des y'.

existence de l'objet image $\forall x \exists y \varphi(x, y)$

unicité de cet objet image $\forall x \forall y \forall y' [(\varphi(x, y) \wedge \varphi(x, y')) \Rightarrow (y = y')]$

où les conditions sont littéralement symétriques ce qui vous permettent d'entendre que le fait d'avoir négligé, comme si cela aller de soit, la définition de la fonction, *c'est de là que le théorème de la fonction réciproque qui de plus est aussi bijective, semble tomber du ciel, énigmatique, en un piège divin et délicieux.*

L'aspect bijectif de la réciproque vient de la définition de la fonction et si la réciproque est une fonction cela vient des propriétés qui définissent la fonction en tant que bijective.

3 - - ***Enfin le paradis***

Les bijections sur un ensemble donné, lorsqu'elles sont composées entre elles, forment un *groupe algébrique*, c'est le paradis qui beigne dans l'huile. Vous les composez ces fonctions et vous avez aussi d'autres structures algébriques régulières en plus de celles du groupe de composition.

Le théorème de Lacan, relatif au réel des discours qui forment un groupe de composition à quatre éléments, ce théorème est divertissant du fait de construire un jeu de bijection qui malgré cela produit une impossibilité.

Voilà, c'est l'intérêt du théorème, il dit non là où les mathématiciens idéaliste disent oui, ça tourne bien.

Mais ce réel, cette impossibilité n'est plus mystérieuse, puisque le groupe tourne bien tant que nous composons les fonctions entre elles, mais que le réel qui grippe l'affaire de s'introduire comme impossibilité dans un lieu si Paradisiaque vient du fait que mine de rien, la tentative de composer d'une autre manière les bijection, par une somme par exemple comme c'est le cas ici, $g(x) = f(x) + i(x)$ fait que f et i peuvent être des bijections mais leur somme n'en être pas une, car rien ne nous garantie dans les expression écrite un tel résultat.

Le composé par la somme $g(x) = f(x) + i(x)$ est une bijection si le nombre d'éléments n choisi pour la construction est impaire donnant un calcul modulo impaire

$$(4 \neq 0) \text{ modulo } n = 2k+1 \text{ impaire}$$

qui ne produit pas de pli comme entre quatre et zéro dans la congruence modulo 2.

Retour à la démonstration qui ne recour pas à toutes ces considérations, mais les introduit.

j. m. Vappereau, Balvanera
le11 février 2016