CURSO DE LÓGICA
PARA TEJER EL DISCURSO DEL PSICOANÁLISIS

Jean-Michel Vappereau

Clase 7: 16-5-07

Les propuse responder a la segunda pregunta que escribí en el pizarrón .

Estamos en el cálculo de proposiciones , en el cálculo de coordinaciones , y les he propuesto estudiar dos cosas ¿cómo hacer la tabla de una fórmula cualquiera?; empecé a hacer estas tablas ,pero para poder utilizar las dos tablas primitivas vemos que en una fórmula cualquiera , hay el riesgo de que aparezcan caracteres que no son los dos caracteres primitivos .Entonces , propuse a partir de estos dos caracteres primitivos estudiar la escritura de **16 conectores binarios , y** para poder responder a la segunda parte de la primera pregunta , hay que llenar el cuadro que esta ahí.

Les propuse hacer eso como ejercicio ; no sé si ustedes han comenzado a estudiar los 16 conectores binarios .La ultima vez demostré por un razonamiento por recurrencia , que para responder a la primera pregunta ,es decir hacer la tabla de una fórmula hay que poner aquí en esta formula que tiene 3 letras distintas , hay que poner 8 líneas para obtener todas las distribuciones de los valores de verdad sobre esas tres letras .Para obtener ese 8 , demostré por recurrencia el teorema que dice que cuando hay **n ,** letras hay 2^n distribuciones ; entonces si hay 3 letras hay 2^3 distribuciones . Y 2^3 da 8 .Luego interrumpí la manera de hacer la tabla ,porque en una fórmula cualquiera corren el riesgo de encontrar caracteres que no son primitivos; acá la y (∧) y la implicación (⇒) ; entonces hay que tomar la definición de la implicación (**1**) y utilizarla para reemplazar esta implicación por su expresión en función de los dos caracteres primitivos .Pero aquí hay también otro carácter primitivo , es la ∧ ; la ∧ es otro carácter primitivo y la ∧ tiene por definición , yo se los recuerdo aquí **(2) no, no p o no q ;** esto es **p** y **q**

$$(p \Rightarrow q) \underset{def}{=} (\neg p \vee q) \qquad \textbf{(1)}$$

$$(p \wedge q) \underset{def}{=} \neg(\neg p \vee \neg q) \qquad \textbf{(2)}$$

Conserven bien esta primera página en vuestras notas ,porque el objetivo es el de llegar a explicitar el conjunto de estos caracteres ; el objetivo de esta segunda etapa es desarrollar todo lo que está en esta primera página , es decir , dar una interpretación semántica a todos estos caracteres .Es por eso que yo los conté ; hay 9 caracteres que son conexiones de coordinación y luego ,hay caracteres en el metalenguaje: las letras mayúsculas que soportan estos tres caracteres de acá ; uno (⊢) que dice que una proposición compleja es una tesis , otro ,|—| ,que dice que dos proposiciones complejas son tautológicamente equivalentes y que se definen gracias al precedente (3) , es decir , que esta relación de aquí se escribe en el caso en el que tenemos la equivalencia lógica que es una tesis .La equivalencia lógica la encuentran aquí definida (4) por los precedentes conectores , ellos mismos definidos en relación de los caracteres primitivos .

|—| ⊢ **(P ⇔ Q)** **(3)**

$$(p \Leftrightarrow q) \underset{def}{=} ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \qquad \textbf{(4)}$$

Entonces esta página [1] tiene que ver con lo que nos ocupa en esta segunda etapa .Yo les propongo primero explorar la definición de todo esto ; hay 9 caracteres que pertenecen al lenguaje y 3 caracteres que pertenecen al metalenguaje .Hay que definir todo esto ; ahora, hay definiciones sintácticas aquí ,a partir de dos conectores primitivos y para definir a los caracteres del metalenguaje, nosotros vamos a agregar un **componente semántico** .Y cuando hayamos terminado esta etapa , nosotros la volveremos a recorrer una segunda vez, a partir de la hoja que les he distribuido que es la definición del sistema formal , es decir , del doble sistema generativo que representa la buena definición de todo esto .

Pero aquí , partimos de una manera mas bien experimental y lo que hemos comenzado a hacer hasta ahora es matemáticas, en la circunstancia de estos elementos Es decir que acá hacemos matemáticas de la lógica , mientras que en la lógica matemática contemporánea va a haber otro aspecto .Y es que va a haber una lógica para las matemáticas . Hay esos dos aspectos .Ciertos autores dicen que la lógica matemática es solamente una lógica para las matemáticas ; pero ese es un aspecto que va a aparecer en la cuarta etapa de nuestro recorrido , con la teoría de conjuntos .La teoría de conjuntos es la lógica para las matemáticas .Las matemáticas comienzan con la teoría de conjuntos ; entonces nosotros hacemos matemáticas por el momento, en el metalenguaje ; es decir , es en nuestro comentario que es matemático y nosotros hacemos matemáticas de la lógica .

Vean , estos 9 caracteres que están definidos sintácticamente a partir de dos primitivos que nosotros vamos a encontrar en el sistema generativo ; esto es lógica y esto ,ya es un comentario de la lógica porque vean , es en la lengua del comentario ; es lo que Frege llama la lengua auxiliar .En esta lengua auxiliar he aquí los 3 primeros caracteres de las matemáticas de la lógica ; el comentario es matemático y nosotros hacemos matemáticas en este metalenguaje ,porque este metalenguaje que yo utilizo es el francés y el que Paula traduce es el metalenguaje en español .Ella traduce mi comentario . Y las matemáticas ya existen en la lengua francesa y en la lengua española , y entonces cuando hacemos matemáticas es en el metalenguaje ,o sea en el comentario y he aquí los tres primeros caracteres matemáticos que van a tratar sobre estos elementos de lógica formal y simbólica que es nuestro objeto ; y a este objeto vamos a agregarle un componente semántico que no va a estar presentado de una manera generativa , es decir que yo no voy a hacer inmediatamente lógica deductiva ; yo no voy a deducir las tesis , las fórmulas que son necesariamente verdaderas , aquellas que interesan a la teoría de este objeto ; no las voy a deducir a las tesis a partir de axiomas porque ese es un ejercicio que es muy especifico

Si ustedes me lo piden yo les daré un ejemplo ,al final ,pero como lo dice Quine en **Los métodos de la lógica** , es un poco pretencioso , porque hay un método mucho mas simple para obtener el mismo resultado y que incluso tiene la ventaja de ser decidible en todos los casos , es el aspecto semántico que yo opongo al aspecto deductivo .El aspecto deductivo es partir de axiomas y hacer deducciones ,derivaciones , razonamientos gracias a dos principios de derivación .

Hay axiomas y hay principios .Si uno aplica los principios a los axiomas ,se obtienen deducciones ; y el resultado de las deducciones son tesis que soportan este carácter , $\vdash$

Para diferenciar los dos puntos de vista ,el deductivo y el semántico, hay

[1] Clase 4 , Pág. 1

autores que utilizan este carácter , $\models$,al mismo tiempo que éste,$\vdash$.Éste $\models$,yo lo pongo entre paréntesis y luego dan un teorema que demuestra que todo lo que es deductivo ($\vdash$) es válido ($\models$) y todo lo que es válido es deductivo ; es decir que muestran que no hay necesidad de estos dos caracteres y que con uno solo alcanza entonces .Yo utilizo éste, $\vdash$, indiferentemente y nosotros podremos reconsiderar estas cosas al final .Pero este aspecto deductivo , yo considero que es magnifico ,que es una proeza de parte de los lógicos del siglo XX ,haber logrado construir este sistema deductivo .Hay muchas presentaciones deductivas , axiomáticas , del mismo cálculo .Para mi eso es puntilla , es proeza lógica , pero permanece problemático como lo dice Quine , porque en cada caso hay que encontrar la solución ,y no hay procesos que permitan la decisión en cada caso .Quiere decir , que estamos seguros que hay una solución solo cuando la hemos encontrado Es por eso que es interesante demostrar la equivalencia de estos dos puntos de vista , porque el aspecto que vamos a estudiar primero con las tablas de verdad ,que yo he comenzado a mostrarles desde hace dos cursos – la semana pasada yo he hecho matemáticas de este sistema semántico ; hice dos demostraciones : que había 2^n distribuciones de valores de verdad si hay **n** letras y que hay luego 2^{2^n} conectores lógicos si hay **n** letras .El resultado para nosotros es que los **conectores binarios** presentan cuatro distribuciones de valores de verdad y 16 conectores binarios .Cuando tenemos una fórmula que presenta **3** letras distintas , hay 8 distribuciones de valores de verdad , 2 a la potencia 3 , igual a 8 .Yo hice demostraciones matemáticas : una demostración por recurrencia y con la definición de una estructura de árbol ; es decir ,es la noción de aplicación en matemáticas entre conjuntos .Es matemáticas

Ahora vamos a volver a este aspecto semántico de estos caracteres .Vean que los 2 caracteres siguientes del metalenguaje , están definidos gracias al primero .Si dos formulas **P** y **Q** son susceptibles de estar ligadas por este carácter , |—| , equivalencia necesaria , quiere decir que la relación **P |—| Q** resume esta escritura **. $\vdash$ (P $\Leftrightarrow$ Q)**

La letra P mayúscula seguida de este carácter, |—| , el de equivalencia necesaria ,seguido de **Q** ,quiere decir esto : quiere decir que la fórmula que liga a **P** y a **Q** por este conector $\Leftrightarrow$ de nuestro lenguaje objeto ,con el primer carácter del metalenguaje adelante , y bien , es aceptable .Es lo mismo para la consecuencia necesaria : es la implicación la que la define en lugar de la equivalencia .

P |---- Q $\vdash$ **(P $\Rightarrow$ Q)** **(5)**

Entonces, lo que es importante es definir este carácter ; en qué condiciones este caracter $\vdash$ debe ser escrito delante de una fórmula .Es lo que vamos a ver gracias a nuestro componente semántico .Les pido conservar esto porque es esto lo que nosotros debemos prestar :los nueve caracteres en cuestión aquí ; hay 9 caracteres .

$$\neg \quad \vee \quad \wedge \quad \Rightarrow \quad \Leftrightarrow \quad \not\vee \quad \not\wedge \quad \not\Rightarrow \quad \not\Leftrightarrow \qquad \textbf{(6)}$$

Y con esto podemos escribir todas las coordinaciones lógicas .

Va a ser necesario que aprendamos a contar cuantas coordinaciones lógicas hay ; lo mas fácil es empezar por los binarios , porque ahí no tenemos una coordinación degenerada .Porque las coordinaciones unarias son un poco bizarras , ¿Por qué?.Porque la idea de coordinar ,de coordinación ,concierne a dos cosas; entonces ¿cómo se puede hablar de la coordinación de una sola cosa?¿con qué? La coordinación de cero cosas , parece todavía mas curioso .Pero es porque son casos digamos mas triviales ,de la coordinación en general .Esta coordinación va a estar definida por tablas de verdad , por lo tanto, por funciones ; son aplicaciones .Entonces las coordinaciones binarias que van a estar escritas gracias a la $\vee$ pero de inmediato vamos a introducir la $\wedge$, la implicación , la equivalencia y luego la negación de $\vee$, la negación de $\wedge$, la negación de la implicación y la negación de la equivalencia . Y bien ,son aplicaciones de funciones ; como son binarias son de dos variables en el lugar del valor de verdad .Son dos variables que pueden ser verdaderas o falsas y la función hace corresponder un valor , que será el valor de la fórmula compuesta.

Entonces , como son funciones , la noción de coordinación , ya les digo ,es más evidente cuando empezamos por el caso binario ; porque ahí coordinamos dos cosas. Pero como son aplicaciones ,es decir funciones de la teoría de conjuntos , las aplicaciones en los casos finitos , ustedes ven por qué hay casos degenerados , o sea , por qué vamos a hablar de conectores unarios y también de conectores que son constantes al fin de cuenta , cero variable ¿Por qué? Porque como estamos hablando de funciones , función de dos variables ,luego de 3, de 4 ,de 5 ,tantas variables como quieran o tantas coordinaciones complejas que queramos , si hay funciones con 2 variables también va a haber funciones de una variable ; y luego también hay funciones que curiosamente son constantes , entonces son funciones que no varían en función de la variable .Es un hecho de la lengua ,vean ,también se las llaman funciones, funciones constantes .Entonces hay una coordinación unaria y hay una coordinación que se refiere a ninguna variable , son las coordinaciones constantes y vamos a ver dos de ellas .

Lo que va a facilitar vuestra apreciación de los casos degenerados – para los unarios no es complicado porque comprendemos muy bien que haya funciones con una sola variable , son incluso las únicas funciones que se estudian en el análisis funcional clásico , la función de los números reales en los reales ; eso da curvas que se aprenden a estudiar en la escuela ; se calculan las derivadas ; lo que se aprende generalmente primero son funciones con una sola variable .Y bueno , las funciones de una sola variable serán los conectores unarios .Y yo comencé a hablar de eso en la primera página al comienzo ,para señalarles la existencia de lo que vamos a descubrir en un tercer tiempo ; porque está el tiempo de la semántica ,el tiempo de la deducción con el sistema formal y veremos en un tercer tiempo que hay una tercera forma de interpretar estos cálculos que es el álgebra de Boole , donde ahí tenemos verdaderamente una matemática , un álgebra , en la cual uno puede calcular . Y lo que justamente va a interesarnos es la comparación del aspecto semántico de las tablas y del aspecto algebraico de Boole .

Eso es para pasar a la tercera etapa , a la etapa siguiente .La cuarta etapa será la teoría de conjuntos .Yo repito para que ustedes tengan bien la idea de nuestra progresión .Primera etapa ,hemos visto que hay proposiciones y conceptos en lenguaje de predicados unarios y que estaban coordinados entre ellos , ya sea entre proposiciones o entre conceptos .Ahora estudiamos la coordinación . Y vamos a volver al lenguaje de predicados con las proposiciones y los conceptos , para mostrar donde se encuentra la silogística de Aristóteles en la lógica actual .

Y por otro lado, eso va a hacernos comprender lo que era el universo matemático implícito , es decir , la escritura inconsciente – y allí en sentido freudiano porque el inconsciente es escritura no es **una** escritura , yo digo que **es escritura** .El inconsciente es escritura que hay que aprender a leer ; y bien , los griegos ya escribían una matemática inconsciente .Y lo que yo voy a mostrarles en estas 3 primeras etapas , es que esta escritura que ex -siste a la silogística de Aristóteles ella puede ser perfectamente caracterizada por el lenguaje de predicados unarios .Y que aquí es una cuestión del número de variables , porque gracias a las matemáticas se puede digamos extender la ambición de Aristóteles que era la de hacer una teoría de la demostración , se la puede extender a demostraciones con predicados que tienen mas de una variable , que va a dar justamente el lenguaje de predicados con predicados que serán binarios, trinarios

Entonces como en el caso de nuestra coordinación, el aspecto matemático hace aparecer un aspecto funcional que permite leer y escribir el conjunto de estos cálculos tanto en cálculos de coordinación que es lo que se llama el cálculo de proposiciones , tanto como en el lenguaje de predicados , de una manera que se desarrolla y que generaliza la tentativa griega que permanece en su lugar .

P:------JMV: sí .La silogística de Aristóteles es un fragmento arcaico de escritura pero sostenido de todos modos ; es una escritura consecuente .Porque Aristóteles tenia una ambición muy fuerte ; no era solamente , como se lo ha hecho en la historia, que se aprendan los silogismos de memoria ; la silogística aprendida de memoria es una caricatura del mundo escolástico . En Aristóteles , como lo muestra bien Lukasiewicz , el presenta la silogística y trata de deducir de ella una teoría de la demostración

P: ¿ se puede diferenciar la extensión de la generalización?

JMV: Les digo, es el pasaje del predicado unario a un predicado de muchas variables ; es una extensión , es una generalización ¿Qué es una generalización? Una generalización es una extensión que deja aquello que es generalizado ,en el mismo lugar , en su propia coherencia ; muestra simplemente que esa coherencia puede ser extendida a un dominio mas vasto .Por ejemplo la relatividad de Einstein restringida y generalizada , ya es una generalización de la mecánica de Newton que permanece en su lugar perfectamente coherente , pero que se encuentra extendida porque había en los bordes de la mecánica clásica algunos pequeños problemas que no eran explicables , que los físicos habían identificado de una manera experimental pero que no se los explicaba por la teoría ; eso se llama la corriente de desplazamiento en las formulas de Maxwell ; de las 4 fórmulas de Maxwell , la cuarta es inexplicable sin Einstein . Y bien , gracias a la generalización de la lógica de Aristóteles ,hay enormes aproximaciones, dificultades, encontradas por los griegos ,que devienen extremadamente simples de captar y de explicar .Y eso ya lo vemos en la obra que Lukasiewicz consagró a Aristóteles .Porque Lukasiewicz lee a Aristóteles en griego y el utiliza un sistema matemático producido después de Frege y de Boole ,que está bastante concluido y que se encuentra justamente siendo el lenguaje de predicados unario tal como yo voy a presentárselos en sus tres primeras etapas .

Entonces vean , mi objetivo es el de mostrarles la versión generativista de la lógica matemática , de la matemática para hacer lógica , que permite releer Aristóteles de una manera renovada , porque hemos concluido en la escritura matemática que guiaba la intuición de los lógicos ; no se olviden que Aristóteles empezó a hacer su silogística porque parece que la democracia ,es decir ,una cierta manera de arreglar los problemas públicos en Atenas ,ha producido un oficio que es aquel que se llama el de abogado ¿Qué hacen los abogados intuitivamente? Ellos deben convencer a una asamblea con un cierto número de argumentos ; entonces ellos han comenzado por hacer lógica .La democracia ha dado una forma de derecho que ha dado cierta forma de lógica .Y se ha comenzado a hacer lógica en acto .No se ha hecho primero la teoría , se ha comenzado a hacer la lógica primero Es muy divertido lo que dice Lacan en su escrito La cosa Freudiana ; al final dice : jamás un derecho o una lógica convencerán a nadie .La cuestión no es la de convencer , es la de decidir practicar un discurso ; alcanza con decir dónde y cuando empezamos, empezamos a practicar un discurso .

Y por eso es que el dice que existe el foro o el ágora ; es por eso que Madame Soler creó el Foro del Campo Lacaniano ; porque ella se da cuenta que Lacan antes de morir , el último acto de Lacan fue llamar a todo el mundo a un foro. Hagan un foro .Ese foro no ha dado nada, porque la gente estaba completamente desbordada por la muerte de Lacan .Pero es lo mismo para el psicoanálisis , no es la teoría lo que es convincente ; es decidir practicar un cierto tipo de lazo social ; y alcanza con decir donde y cuando empezamos ; y eso va a dar un derecho ,una lógica; es lo que pasó con la democracia griega , con los abogados .Aristóteles tuvo la idea en un momento de hacer una nomenclatura de formas argumentativas ; y el así cercó un cierto número de silogismos .

Nosotros ,2500 años ,después advertimos que eso es la realización de una escritura y que es nueva y que ha sido necesario perfeccionar a fines del siglo XIX . Y , que nos plantea un problema porque hay dos versiones concurrentes ; es el problema principal que yo voy a mostrarles cómo resolverlo : está a la escritura de Boole y está la escritura de Frege .Es eso lo que va a dar la lógica matemática moderna contemporánea y que va a ser extendida hasta una lógica para las matemáticas

Tal vez no es por nada que los griegos al mismo tiempo que la silogística hicieron la geometría .Pero vean que de la geometría se ha encontrado su escritura mejorada , antes que la lógica .Esto es Viet y Descartes .Viet es el inventor del álgebra moderna , los polinomios , las escrituras matemáticas que sirven a Descartes ; Viet es el consejero contable de Enrique IV .El hacía la contabilidad e inventó el álgebra moderna .Introdujo una práctica de escritura que va a devenir el álgebra .Pero esas escrituras , los chinos la hacían de otro modo , los indios de otro modo; entonces se reencuentran las mismas estructuras en diferentes lugares .Pero ocurre que Viet mejoró la escritura ,como trata de hacerlo Frege, a propósito de la lógica y de la aritmética . Y Boole es apenas diferente porque lo que el hace es una aritmética original para calcular en la lógica .Frege hace una lógica para la aritmética y Boole una aritmética para la lógica , y esos dos puntos de vista llegan a un resultado que se puede leer perfectamente bien en su unidad y en sus diferencias , en el contexto de escritura que les propongo estudiar aquí ; lo que por una simple extensión ,dará la lógica matemática contemporánea .Para dar cuenta de los griegos ,de Boole , de Frege ,alcanza con hacer la lógica unaria, de los predicados unarios .Yo empecé por eso , hago la coordinación y la introducción de la semántica en esta ocasión .En las dos hojas que yo les he distribuido , atraigo vuestra atención que en la primera hoja ya está el componente sintáctico de la segunda .En la primera hoja ustedes tienen las cláusulas de formación de la negación y de la coordinación por la $\vee$; es el componente sintáctico de la segunda hoja .Se puede decir que la segunda hoja ,el sistema sintáctico es un subsistema del sistema sintáctico de la primera , no hay cuantificadores en la segunda hoja ; no está el predicado **P(x)** , hay letras solamente.

Me atengo a explicar bien el conjunto de mi estrategia , para que cada vez ustedes se sitúen en esa estrategia , para ver que si tienen dificultades en tal o cual problema ,esa es la ocasión de hacer ejercicios .

Gracias a las matemáticas nosotros sabemos que tenemos , desde la semana pasada , necesidad de cuatro distribuciones de valores de verdad para los conectores binarios .En nuestra segunda etapa exploramos todos los caracteres a partir de estas dos tablas primitivas .Entre las tablas primitivas , entre los caracteres primitivos hay un carácter binario , es la $\vee$; entonces hay 4 distribuciones de valores de verdad y para la negación que es unaria no hay sino 2 .

p	$\neg p$
1	0
0	1

p	q	$(p \vee q)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

(7) **(8)**

Y entonces esto , el unario (7) , ya es un caso degenerado de función ; esta otra, binaria , es una función de dos variables y esta es una función de una variable ; acá (7) perdemos el aspecto coordinación .Acá (8) es una verdadera coordinación de dos letras .Y el ejemplo que elegí para ejercitar el primero de los problemas , hacer tablas de una fórmula cualquiera , es una fórmula trinaria (9), necesita 8 distribuciones de valores de verdad .

$$((p \wedge q) \Rightarrow r) \qquad (9)$$

Y yo les dije que para seguir armando las tablas , se puede seguir explicitando los caracteres nuevos que aparecen en las fórmulas complejas que vamos a volver a ver en la próxima lección a partir de la segunda hoja .Pero estos caracteres nuevos no están entre los caracteres primitivos ; entonces por el momento todavía no tenemos tablas , pero los necesitamos para armar las tablas siguientes .Entonces hay que suprimir estos caracteres nuevos y lo he hecho para la implicación gracias a esta definición (10)

$$(p \Rightarrow q) \underset{def}{=} (\neg p \vee q) \qquad \textbf{(10)}$$

$$(p \wedge q) \underset{def}{=} \neg(\neg p \vee \neg q) \qquad \textbf{(11)}$$

$$(\neg(p \wedge q) \vee r) \qquad (12)$$

porque esta definición yo se las he dado en la primera hoja .Por eso les dije que la conserven ; **p** implica **q** está definido aquí (10) y aquí (11) está definida la $\wedge$; entonces yo podría hacer lo mismo entre (9) y (13) ; es decir , después de haber explicitado en términos primitivos la implicación , yo podré también explicitar la $\wedge$ .Lo voy a hacer porque la $\wedge$, su definición , la voy a rescribir aquí (11) . Por definición **(p $\wedge$ q**) es $\neg$ **($\neg$ p $\vee$ $\neg$ q)** .Esta es una fórmula de dualidad de **De Morgan** ; para mí este no es un teorema de lógica sino es una definición de la $\wedge$ .Si yo la utilizo aquí (12) , voy a tener una doble negación porque yo tengo que negar esta $\wedge$; entonces , si todavía no estudiaron la negación ,en el punto en el que estamos ,ustedes no se considera que ustedes sepan que la doble negación es una identidad ; entonces , se debe suprimir la doble negación .Es una de las primeras razones por la que yo les propongo estudiar primero el segundo ejercicio : **escribir los 16 conectores binarios y luego escribir los dos conectores unarios** , o si ustedes prefieren , los 4 conectores unarios y los dos conectores constantes .Entonces , estudiar los conectores para 0,1 y 2 variables

Y ustedes van a ver que son conjuntos que se encajan los unos en los otros bueno .Eso va a ser necesario que lo explique lentamente .Por el momento yo explicito esto y yo mantengo todavía la doble negación porque todavía no sabemos como desembarazarnos de ella

$$(\neg\neg\,(\neg p \vee \neg q) \vee r) \qquad (13)$$

Entonces pongo un paréntesis , una primera negación , y en lugar de la $\wedge$ lógica que es binaria , yo la reemplazo por su expresión (**11**); es una sustitución global .En el lugar , en la línea de esta secuencia de caracteres , yo reemplazo esta secuencia por esta otra como lo he hecho para **p ⇒ q** .Reemplazo la secuencia **p ⇒ q** por ¬ **p**∨**q** .Pero ocurre que aquí la **p** ya era **p** ∧ **q** y la **q** acá es **r** .Acá reemplazo **p** ∧ **q** por su definición en términos primitivos y da (**13**) ¬ **p**∨¬**q** es la secuencia que esta acá en la definición ; ¬ , paréntesis , ¬ **p** ∨ ¬ **q** cierren el paréntesis .Yo lo reproduzco a la altura de **p** ∧ **q** ; después agrego ∨ **r** y termino .Esta (**13**) es la frase de la cual hay que hacer la tabla de verdad a partir de esta distribución ; quiere decir que para cada distribución de los valores de verdad , hay que encontrar los valores de verdad de esta secuencia ,de este enunciado .Y nosotros podemos comenzar por poner aquí ¬**p** porque sabemos los valores de **p ;** de la misma manera podemos saber qué es ¬**q** si sabemos que es ¬**p** **,** porque ¬**q** va a funcionar como ¬**p** **.**Si **q** vale **1 ,** ¬**q** vale **0,** si **q** vale **0,** ¬**q** será **1** **.** Alcanza con adaptar y es ese ejercicio de adaptación lo que se llama lectura y escritura .Es allí donde ustedes pueden equivocarse y es allí donde ustedes pueden estar detenidos y preguntarse ¿cómo hacer? Porque ustedes deben poder encontrar como hacer a partir de datos de estas dos tablas que son las tablas primitivas (7) (8) exclusivamente

Entonces si no es **p**, o si no es **q** , es como en este caso ¿Ven? acá yo tenia la implicación entre (**p** ∧ **q)** y **r** .Y bien, yo puedo utilizar esta definición (**10**) de la implicación que está en términos de **p** y **q** .**p** esta aquí para indicar el lugar del antecedente y **q** el siguiente ; entonces yo utilizo esta definición incluso si antecedente no es mismo y el siguiente no es el mismo ; alcanza con lo que yo llamo adaptar la definición al caso singular que estudiamos .Entonces yo les decía que ciertos autores sienten la preocupación pedagógica de dar las definiciones con otras letras que las letras del cálculo mismo ; en lugar de definir (**p ⇒ q),** ellos definen **(x ⇒ y)** .Pero yo les propongo justamente reflexionar en esta forma de hacer , considerar por ustedes mismos que de hecho en el lenguaje ,en vuestra práctica de sujetos del lenguaje ,ustedes pueden reflexionar para ver que es tan practicable decir que la implicación esta definida por x ⇒ y de esta manera (14) : ¬**x** ∨ **y**

$$(x \Rightarrow y) \underset{def}{=} (\neg x \vee y)$$

Pero que es también fácil definirla cuando uno la define como p ⇒ q , a condición de leer algo que es absolutamente crucial en todos estos ejercicios – incluso todos estos ejercicios no tienen interés sino para hacer descubrir este tipo de problemas – y es que nosotros somos capaces de lenguaje objeto y de metalenguaje en permanencia ; y que entonces es un error pedagógico que favorece a una ideología académica, así como el latín ha podido ser el lenguaje académico hasta hoy ; como si el latín fuera un metalenguaje , un lenguaje de comentario mejor para comentar ; eso va hasta en la gramática que sigue hablando de sustantivos por ejemplo .El sustantivo es una noción de gramática latina ; a partir de Chomsky se lo llama grupo nominal con las estructuras de árbol .

Y bien ,justamente ,detrás de esta forma de hacer ,de escribir y de leer con el mismo juego de letras o con dos juegos de letras diferentes ,hay una construcción gráfica que se puede hacer aparecer a propósito de los enunciados complejos (9,12,13),y que nosotros hacemos intervenir al final ,con la segunda hoja que les he distribuido .

Una de las primeras cosas que haremos cuando entremos en el tratamiento mas estricto ,mas preciso, aprenderemos a traducir las hojas que yo les he distribuido en árboles , a construir a partir de datos que están sobre esas hojas , para cada fórmula , ya sea una fórmula de la coordinación o una fórmula del lenguaje de predicados unarios , en los dos casos las dos hojas , les voy a mostrar como se puede construir cada vez el árbol sintáctico de cada fórmula , lo que facilitara enormemente la lectura y que resolverá este tipo de dificultades .En lugar de resolver esta dificultad de una manera dogmática ,como cada vez ,nosotros lo resolveremos por la construcción efectiva de un objeto matemático .Es una forma de dogmatismo, pero es un dogmatismo que yo llamo efectivo .Digamos , es el lugar justamente , en el que mi opinión hay que concentrar el dogmatismo ,para evitar tener justamente discursos dogmáticos en todos lados .Es decir concentrar al dogmatismo sobre un componente matemático estricto , es decir un objeto construible lo cual quiere decir algo que se escribe ; es resolver por la escritura la dificultad , que tiene un aspecto dogmático en el sentido en que es un aspecto silencioso ; quiere decir que cada uno debe hacerlo por su propia cuenta en silencio.

Kojève dice que los lugares del dogmatismo son **la teología** con la revelación silenciosa , **la moral** con la ley moral en el interior de cada uno , la conciencia moral si prefieren ,con la cual Kant se maravilla y , **la ciencia experimental** donde la experiencia de laboratorio es silenciosa . Y luego hay también un lugar silencioso que es el de las **matemáticas ,** la escritura silenciosa de las matemáticas .Y es en ese lugar donde yo condenso lo que hay de dogmático en mi discurso .Quiere decir que cada uno debe resolverlo por su propia cuenta en silencio .Eso no impide que después uno hable de eso , se puede hablar de eso antes y después .Y yo propongo incluso ver qué es lo que eso produce como efecto , el hecho de hablar después ; después no se habla igual que antes ,si uno hizo el ejercicio ,si uno trató de construir un objeto de escritura .

Entonces aquí yo les propongo construir los **16 conectores binarios** sobre el modelo de éste (**8**) ; con cada distribución de los valores de verdad hay que poner adelante toda la repartición de los valores de verdad .Y luego vamos a ver como escribir esos conectores con estas nueve letras (**6**) .Ahora bien , en lugar de escribir las tablas de esta manera (8) vamos a hacer el ejercicio de escribirlas de esta manera (15,16) como tablitas de cálculos aritméticos.

+	0	1
0	0	1
1	1	0

x	0	1
0	0	0
1	0	1

(15) (16)

Acá (15) se trata de la escritura de la adición , y aquí (16) la escritura de la multiplicación .Pero vean ¿cual es la relación entre estas dos tablitas y estas dos tablitas (7 y 8) ¿Cómo traducirlos unos en los otros? Ese es un primer ejercicio .Lo vamos a hacer enseguida porque es muy simple , es solo una cuestión de convención de escritura .Bajo la letra **p** pongo **1100 (8)** , para hacer la misma tabla que la que ya tenían ustedes ; acá pongo **1010** debajo de la **q** , y estamos de acuerdo que acá tenemos todas las distribuciones de dos valores sobre dos letras ; no falta ninguna ni hay dobles que sean los mismos ¿ están de acuerdo? Porque si ustedes quieren hacer preguntas sobre este punto podemos volver sobre esto ¿No presenta dificultades no es cierto? Que doblando la primera letra y alternando los signos en la segunda, entonces acá yo tengo todas las posibilidades de distribución . Y que la fórmula p ∨ q , su definición es decir que , **es siempre verdadero o sea vale siempre 1 salvo en el caso en el que las dos variables valgan 0** Entonces solo acá (4º renglón) hay 0 y el resto son unos de acuerdo ¿Cómo se puede traducir eso en una tabla de Pitágoras que representa una operación entre las dos letras? La operación es la ∨ .Hay una de las letras que vale **0** , o **1** y la otra letra que vale **0** o **1** .Es inútil decirles que aquí podríamos haber escrito las cosas de otro modo ; si yo hubiera empezado por una alternancia si yo hubiera puesto después la repetición de dos veces lo mismo antes de pasar al otro signo , yo tendría aquí una tabla para p ∨ q que tendría un aspecto comparable ; bueno , es la misma columna aquí ¿Por qué? Porque las dos distribuciones de los valores de verdad difieren solamente sobre las dos líneas medianas

p	q	$(p \vee q)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

(8)

∨	1	0
1	1	1
0	1	0

(17)

retengo →

1	1
1	0

(18)

p	q	$(p \vee q)$
1	1	1
0	1	1
1	0	1
0	0	0

(19)

∨	0	1
0	0	1
1	1	1

(16)

La primera línea y la ultima línea (8 y 19) son las mismas ; acá hay solo una inversión de estas dos líneas ; pero como para este conector la segunda y la tercer línea valen lo mismo , la columna que da los valores del conector , es decir de la fórmula compleja fabricada con el conector , y bien, no hay cambios en la columna de valores del conector .De la misma manera aquí , puedo poner 1,0 y 1,0 (17) es lo mismo .Es lo mismo que poner acá 01 (16) ; esto no tiene el valor aritmético habitual .No estamos obligados a empezar con 0 para luego encontrar 1 .Por ejemplo la ∨ , aquí ¿qué nos dice la tabla? A partir de esta escritura vamos a pasar a ésta .Nos dice que para 1 y 1 eso es 1 .O sea, para **p** que vale **1** y **q** que vale **1** ,acá vamos a considerar que son los valores de **p** y allí de **q** .Si **p** vale **1** y **q** vale **1** la $\vee$ vale **1** . Podemos ir mas rápido y decir que ese conector solo vale 0 en el caso en que las dos variables son 0 .Entonces , seguro que es 0 acá ,en este tipo de orientación .Esta es otra orientación , esta es otra ; se puede orientar de diferentes maneras ,hay que elegir una y ahora podemos poner 1 en todos lados .Vean que el cuadradito característico, habida cuenta de la elección de esta orientación para la $\vee$, va a ser 1110 (17) ; es todo lo que hay de característico .

Pero tenemos un problema para la negación , porque **p** da **¬p** ; para **10** da **01** .Y acá hay dos cosas que yo les quiero hacer observar .Porque eso les va a hacer muchos progresos rápidamente en la destreza .Como tal vez ustedes ya lo han marcado , la negación va a aparecer en fórmulas mas largas .Les he dicho , en la formula que elegí de tres letras , había negaciones cada tanto ; entonces se puede utilizar la negación en esta tabla incluso cuando tenemos dos variables ¿Como hacemos para escribir **¬p** cuando tenemos dos variables? Por ejemplo escribo 1100 y 1010 ¿qué es lo que voy a escribir como columna debajo de **¬p?** **¬p** no depende de **q** ; entonces yo voy a escribir **¬p** en función del valor de **p** , sin ocuparme del valor de **q** .Entonces las dos veces en las que **p** vale **1** , **¬p** vale **0** y las dos veces en las que **p** vale **0** , **¬p** valdrá **1** .

p	q	$\neg p$
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	1

(20)

Ese es un primer punto .Pero de esta manera , yo puedo también escribir **¬p** ; les puedo mostrar ahora como se puede escribir **¬p** como un conector binario cuyas dos letras han sido identificadas .Esa es una segunda observación que es conexa a la primera .La primera ya nos permite resolver el problema , de eso que yo llame una degeneración , porque se pasa del binario al unario ; hay algo que parece no ser una coordinación aquí , sin embargo aquí yo he escrito ese conector unario entre las columnas de binarios ; entonces vamos a ver que en todos nuestros cuadritos de binarios ustedes van a encontrar cuadros que al fin de cuentas son cuadros de caracteres unarios .

P:-----------JMV: ¿Por qué yo guardo ésta solamente? .Si yo convengo conmigo mismo ,como cada uno de ustedes , en elegir esta orientación ,o esta orientación, poco importa , todos los cuadros van a estar diferenciados solamente por esta parte que yo cerco en verde (18) Es esto lo que yo retengo como característica del conector que yo estudio .Es decir éste .Miren , de la misma manera que para este conector lo que es característico es ésto .Si yo convengo en elegir una orientación – lo que yo llamo una orientación , es una forma de escribir los valores de verdad – lo que importa son estas 4 cifras (última columna)

P: -----------JMV: Esta coordinación binaria está inmunizada contra **q**

P:-------------JMV: **q** está aquí ; esta escritura nos va a permitir hacer el mismo cuadrito ,teniendo en cuenta los valores de **q** en la definición del cuadro , pero los valores característicos de la negación de **p** , sólo los valores de **p** contarán porque esta escritura es indiferente a **q** .Entonces ¿cual va a ser el cuadrado para **¬p** antes de pasar a la otra etapa? .Habida cuenta de esta distribución , vamos a hacer lo mismo ¿que es lo que vale **11**? **0** en la tabla de **¬p** ¿Qué es lo que vale **1 0, 1** para **p** y **0** para **q? 10** es esta casilla de aquí ; vale cero **0** ;**10** vale **0** . Luego **0** para **p** ,**1** para **q** ,vale **1** .Y aquí **00** , o sea **0** para **p** y **0** para **q** acá vale **1** .Este es el cuadro para **¬p** . Y yo puedo escribir también el cuadro para **¬q** .Si volvés a poner los valores ¿es que esto no toma una significación? Acá tenemos a **p** que vale **1** y a **0** que vale **1** entonces ¿**¬p** qué es? Independientemente de **q** , cuando **p** vale 1 , **¬p** vale 0 .E independientemente de **q** ,cuando **p** vale **0** , **¬p** vale 1 ; es la definición de **¬p.**

Entonces este cuadro que parece binario ,el está degenerado , degradado como binario ; es un unario ¿Por qué? porque el es indiferente a **q** ; entonces el es binario pero falsamente binario . Depende de **q** en la determinación de las casillas , pero los valores revelan que es independiente del valor de **q** , y que no depende sino de **p** entonces solo vamos a escribir **¬p** .Porque los valores que están en este cuadro no dependen sino de **p** .Y nosotros podemos saber incluso aunque no escribamos **p** acá, porque nosotros elegimos esta orientación para escribir todos los cuadros

¿Es que pueden tener una idea de cómo vamos a escribir el cuadro para el conector **¬q?**

¬p

0	0
1	1

¬q

0	1
0	1

Si queremos escribir **¬q** va a ser independiente de **p** ; entonces , que **p** sea **1** o **0 ,** los valores que vamos a poner aquí dependen solamente del valor de **q** ; en la elección de la definición de nuestro cuadro, la primer columna corresponde a **q** vale 1 entonces **¬q** va a ser siempre **0** ; y el valor de **q** es **0** en la segunda columna entonces acá **¬q** va a ser siempre igual a **1** .Es así como se puede escribir un operador unario como un conector binario de los cuales una letra se revela tener un rol indiferente ; eso corresponde al mismo tipo de escritura .

Se puede hacer con la identidad .La tabla de **p** mismo , **p** va a depender solo de los valores de **p** y no de los valores de **q** .Lo que es característico de la conexión es el cuadro , de estos 4 pequeños valores

Yo les hago hacer este ejercicio porque van a ver que va a ser lo mismo para los diagramas de Euler Venn ; se puede dar aun otra versión de este cuadro con los diagramas a la manera de Euler Venn , y ustedes verán que se puede escribir la negación y la afirmación incluso en diagramas binarios o trinarios .Háganlo ustedes mismos .

Si **¬p** es **0011** , aquí tengo 1100; he aquí un cuadro que escribe la afirmación de **p** y también un cuadro que escribe la afirmación de **q** ; será constante en las columnas .Se puede escribir **q** y se puede también escribir **0 barrado** , los conectores constantes, la coordinación constante ,que son aun mas degenerados que el unario que son cero variables .Ustedes tienen 2 , tienen 0 y 1 ; tienen todo el tiempo 0 y todo el tiempo 1 . Existen estos cuadros

(1)

p

1	1
0	0

q

1	0
1	0

∅ $\cancel{1}$

(0)

0	0
0	0

1	1
1	1

tanto como este que vale 1100 ; entonces acá hay 0 variables ; acá hay una variable , 0, 1 y acá hay dos variables .Y los 16 conectores binarios van a contar los 10 cuadros de verdaderos binarios , de auténticos binarios , pero entre los 16 conectores binarios ustedes tienen 4 unarios : **p, q ¬p** y **¬q** y dos constantes ∅ , $\cancel{1}$ .Hay 16 tablas fabricadas de esta manera ; todo eso es equivalente .

Es un artificio de escritura .Los unarios y los constantes son un artificio de escritura .Les quería mostrar la segunda manera de escribir los constantes como unarios y los unarios como binarios .

Les propongo para la próxima vez , que se ejerciten tratando de construir los 16 cuadros de conectores binarios, unarios ,y constantes ; de construir los 16 cuadros, es decir poner todos los valores posibles en los cuadritos , y ver si ustedes llegan a construir 16 casos sin que haya dobles y sin que haya olvidos .

¿Hay preguntas? ¿Les sorprende mucho esta manera de hacer las cosas? Uno jamás podía pensar que los conectores unarios y los constantes , puedan ser conectores binarios . Se los puedo mostrar aun de otra manera .Vamos a hacer esto la próxima vez , pero es un ejercicio mental que es necesario hacer , porque encontramos constantemente estas tipo de transliteraciones en los ejercicios de lógica.

Traducción :Paula Vappereau Hochman
Transcripción :Mónica Lidia Jacob